

Carta al estudiante

Cálculo en una Variable I, MA250

Universidad de Costa Rica

Escuela de Matemáticas

Tercer Ciclo, 2020



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

EMat

Escuela de
Matemática

1. Información general

Créditos. 4

Horas de clase. 10

Profesores. Luis Acuña Valverde (luis.acunavalverde@ucr.ac.cr), Roberto Ulloa Esquivel (robertoantonio.ulloa@ucr.ac.cr)

Horario. L,M: 9:00-11:50, K,J: 9:00-10:50

Horas de Oficina. (Luis) J, V 2:00-4:30 pm (Roberto) L, K 2:00-4:30 pm

Requisitos. Principios de Matemática (MA0150)

2. Descripción del Curso.

Cálculo en una variable I (MA0250) es una clase del primer año en el programa de Matemáticas y Ciencias Actuariales. Durante el tercer ciclo lectivo del 2020, el curso consiste de 10 horas semanales y tiene como requisito Principios de Matemática (MA0150). La clase es la primera parte de una secuencia de tres cursos, en donde se cubren los fundamentos de cálculo diferencial e integral.

A través del curso se busca encontrar un balance entre el rigor, el desarrollo de destrezas en razonamiento matemático aplicadas al cálculo diferencial y el conocimiento práctico que complementa a la teoría a través de ejemplos concretos.

La clase se puede dividir en tres partes: completitud de los números reales, límites y sucesiones y una introducción al cálculo diferencial y sus aplicaciones.

3. Objetivos Generales

Estudiar los conceptos centrales del cálculo diferencial de manera rigurosa, de manera que es el estudiante se familiarize con las herramientas básicas del análisis matemático y a su vez fortalezca el uso de razonamiento y lenguaje matemático en la resolución de problemas. A su vez desarrollar la capacidad del estudiante para reconocer problemas que involucran conceptos del cálculo diferencial en diferentes ramas y comprender el desarrollo histórico del cálculo y el rol que juega en la evolución de las ciencias modernas.

4. Objetivos Específicos

- (a) Analizar el concepto de completitud, en particular la incompletitud de \mathbb{Q} comparada con la completitud de \mathbb{R} .
- (b) Comprender la definición formal de límite mediante argumentos δ y ε . Aplicar la definición para probar propiedades básicas de los límites.
- (c) Aplicar métodos computacionales para el cálculo de límites.
- (d) Comprender el concepto de continuidad y aplicarlo para identificar discontinuidades en funciones.
- (e) Estudiar los conceptos relacionados a sucesiones numéricas: convergencia, monotonía, acotación y teoremas asociados a estos conceptos.
- (f) Comprender la intuición detrás de la definición de la derivada como pendiente de la recta tangente al gráfico de una función en un punto.
- (g) Derivar las propiedades básicas de diferenciación: linealidad, regla del producto, regla cociente y regla de la cadena.
- (h) Comprender el concepto de derivación implícita y logarítmica, y aplicar esto a problemas de razón de cambio.
- (i) Estudiar la relación entre la primera derivada y monotonía, así como la relación entre la segunda derivada y concavidad.
- (j) Identificar problemas de optimización y aplicar las herramientas de cálculo diferencial para resolverlos.
- (k) Estudiar la regla de L'Hopital y límites comunes.
- (l) Comprender los polinomios de Taylor y la fórmula del resto de Lagrange.
- (m) Familiarizar al estudiante con la notación o-pequeña de Landau y el concepto de desarrollo limitado, y aplicar esto para el cálculo de límites.

5. Contenidos

1. **Completitud de \mathbb{R} :** Incompletitud de \mathbb{Q} , completitud de \mathbb{R} , axioma del extremo superior (inferior), principio de Arquimedianidad, densidad de \mathbb{Q} en \mathbb{R} , existencia de raíces n -ésimas, función exponencial. Definición de vecindario, intervalos.
2. **Límites y continuidad:** definición intuitiva y formal de límite de una función, linealidad y propiedades básicas, límites laterales. Noción intuitiva y formal de continuidad, discontinuidades evitables e inevitables. Composición de funciones continuas, continuidad de las funciones trigonométricas, límites infinitos y al infinito. Continuidad de la función exponencial.
3. **Sucesiones numéricas.** Sucesiones, convergencia, sucesiones monótonas, sucesiones acotadas, teorema de convergencia monótona, sucesiones recurrentes. Subsucesiones, limsup, liminf, teorema de Bolzano y Bolzano-Weierstrass, sucesiones de Cauchy y puntos límite. Aplicaciones a los teoremas de continuidad: valores intermedios, acotación y valores extremos, continuidad uniforme, continuidad de la función inversa, funciones trigonométricas inversas, función logarítmica.

4. **Diferenciación.** Definición intuitiva y formal de la derivada de una función, linealidad, derivadas de funciones polinomiales, trigonométricas y exponenciales, regla del producto, regla del cociente, regla de la cadena, derivada de la función inversa, derivadas de las funciones trigonométricas inversas y logarítmica. Derivadas de orden superior, problemas de razón de cambio, derivación implícita y logarítmica, diferenciales.
5. **Aplicaciones de la derivada.** Extremos relativos de una función, teorema de Rolle y del valor medio. Funciones monótonas, extremos relativos y el criterio de la primera derivada, concavidad, puntos de inflexión y el criterio de la segunda derivada. Optimización, teorema del valor medio de Cauchy, regla de L'Hopital.
6. **Polinomios de Taylor y desarrollos limitados.** Definición de polinomios de Taylor, teorema de Taylor, teorema del resto de Lagrange, desarrollos limitados.

6. Metodología

Este curso es virtual para el tercer ciclo del 2020. Se utilizará la plataforma institucional Mediación Virtual para hacer disponibles al estudiante los documentos, presentaciones y videos del curso. Las clases asincrónicas (de existir) se realizarán por medio de tareas, exámenes o foros y las actividades sincrónicas por medio de Zoom. Para las clases sincrónicas, se compartirá el enlace a utilizar al menos con diez minutos de anticipación, para que el estudiante pueda preparar su espacio físico y dispositivos necesarios.

Es indispensable que cada estudiante complemente la materia vista en clase con estudio de otros posibles enfoques y con la resolución de los ejercicios propuestos. Estos últimos forman una parte esencial del aprendizaje. Algunos temas podrían ser designados como estudio independiente.

7. Evaluación

El curso se va a evaluar mediante **cuatro exámenes parciales**, con los siguientes puntajes:

Examen	Porcentaje	Fecha	Semanas a cubrir
Examen 1	10	Sábado 16 Enero	Semana 1
Examen 2	30	Sábado 30 Enero	Semanas 2 y 3
Examen 3	30	Sábado 13 Febrero	Semanas 4 y 5
Examen 4	30	Sábado 27 de Febrero	Semanas 6 y 7

Los exámenes se realizan en la plataforma mediación virtual y tienen preguntas formato selección única así como preguntas de ensayo.

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (con justificación médica), o haber presentado dos exámenes el mismo día, o choque de exámenes (con constancia del profesor respectivo), o la muerte de un pariente en primer grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo. En cualquier caso, se debe presentar los documentos probatorios

al profesor, en los primeros tres días hábiles después de haberse realizado el examen (salvo casos especiales). Al estudiante se le hará un examen de reposición en la fecha a convenir con el profesor.

Según Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (aprobado en sesión 4632-03, 09-05-01, publicado en La Gaceta Universitaria 03-2001, 25-05-01) se tiene además lo siguiente:

ARTÍCULO 25. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La escala numérica tiene el siguiente significado:

9.5 y 10.0	Excelente
8.5 y 9.0	Muy bueno
7.5 y 8.0	Bueno
7.0	Suficiente
6.0 y 6.5	Insuficiente (Ampliación)
Menos de 6.0	Insuficiente

Se redondea a la media unidad más próxima. En casos intermedios, cuando los decimales sean coma veinticinco (.25) o coma setenta y cinco (.75), se redondeará hacia la media unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7.0) es la mínima para aprobar un curso. Se recomienda que cada estudiante consulte el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, en especial los artículos 18, 19 y 20 que se refieren a evaluaciones y reclamos.

8. Calendario

Semana	Fechas	Contenidos
1	4 Enero-8 Enero	Acotación, completitud, Arquimedianidad, densidad, existencia de raíces, exponenciales, límites, continuidad, límites laterales, límites de funciones trigonométricas.
2	11-Enero-15 Enero	Composición de funciones continuas, límites infinitos y al infinito, continuidad de la exponencial, sucesiones numéricas, convergencia, sucesiones recurrentes, teorema de Weierstrass.
3	18 Enero-22 Enero	Subsucesiones, puntos límite, sucesiones de Cauchy, relación con funciones, el número e , Teorema del valor intermedio, acotación y valores extremos.
4	25 Enero-29 Enero	Continuidad uniforme, continuidad de la función inversa, continuidad de funciones trigonométricas inversas y logarítmicas.
5	1 Febrero-5 Febrero	La derivada, linealidad, derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas y exponenciales, regla de la cadena, derivada de la función inversa, derivadas de las trigonométricas inversas y logarítmicas, la derivada como razón de cambio.
6	8 Febrero-12 Febrero	Derivadas de orden superior, derivación logarítmica e implícita, el diferencial, aproximación de funciones, extremos relativos, el teorema de Rolle y el teorema del valor medio, funciones monótonas, criterio de la primera derivada.
7	15 Febrero-19 Febrero	Concavidad, puntos de inflexión, criterio de la segunda derivada, problemas de optimización, teorema del Valor medio de Cauchy, regla de L'Hopital, teorema de Taylor, desarrollos limitados
8	22 Febrero-26 Febrero	Repaso para el examen

9. Bibliografía

El texto principal para el curso es Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2001). **Introducción al análisis matemático de una variable**. Limusa Wiley. Los siguientes también se pueden utilizar como material complementario:

1. Apostol, T. M. (1991). *Calculus, Volume 1*. John Wiley & Sons.
2. Apostol, T. M. (2020). *Análisis matemático*. Editorial Reverté.
3. Piza, E. (2003). *Introducción al Análisis Real en una Variable*, Editorial de la Universidad de Costa Rica.
4. Priestly. (1979) *Calculus: An Historical Approach*. Springer-Verlag.
5. Rudin W. (1966) *Principios de Análisis Matemático*. McGraw-Hill. 2da. edición.
6. Spivak, M. (2016) *Calculus*. Publish or Persish, Inc.