Carta al estudiante
MA0605 – Análisis II
Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica
II ciclo 2020

1. Información general

Créditos: 5.
Horas semanales: 5.
Requisitos: MA0505.
Profesor: Dr. Darío Mena Arias.
Horario de clase: Lunes 13:00-15:50, Jueves 14:00-15:50 aula 305 CS.
Horas de consulta: Lunes, 16:00-17:00; Jueves, 10:00-11:30.
E-mail: dario.menaarias@ucr.ac.cr.

2. Descripción

Este es un curso de cinco horas semanales en el que se continua con la línea temática de MA0505 (Análisis I), y se pretende que el estudiante se familiarice con la teoría de la medida y de integración de Lebesgue, así como algunas de las consecuencias y aplicaciones en el área de análisis.

Es por esto, que para el buen desempeño en el curso, es necesario tener un buen dominio de los contenidos del curso MA0505. Si usted considera que tiene deficiencias en algunos de ellos, es importante que dedique tiempo adicional al estudio de esos conceptos, así como solicitarle a su profesor referencias bibliográficas para su repaso.

La primera parte del curso se dedicará a la prueba del Teorema de Fubini, con el fin de completar la Teoría básica de integración. La segunda parte cubre la Teoría de Diferenciación de Lebesgue, seguida de la noción de continuidad absoluta y el Teorema Fundamental del Cálculo. Una cuarta parte tratará de los espacios L^p y sus propiedades. Luego, se tratarán algunos elementos básicos de la teoría de espacios de Banach y Hilbert. Por último, se hará una introducción a las series y transformada de Fourier.

3. Objetivos

3.1. Objetivos generales

1. Completar la teoría de la medida de Lebesgue como base para el desarrollo de elementos básicos del análisis real.

2. Introducir conceptos de análisis en espacios más generales, así como sus aplicaciones a distintas áreas del análisis general.

3.2. Objetivos específicos

1. Demostrar los teoremas de Fubini y Tonelli para completar la Teoría de Integración de Lebesgue.

2. Comprender y aplicar el Teorema de Diferenciación de Lebesgue.

3. Estudiar el concepto de función absolutamente continua y su relación con el Teorema Fundamental del Cálculo.

4. Estudiar la teoría de los espacios L^p así como sus aplicaciones, dualidad de espacios y teoremas relacionados.

5. Introducir los elementos fundamentales de la teoría de espacios de Banach y Hilbert.

6. Introducir el Análisis de Fourier por medio de los conceptos y propiedades básicas de las Series y Transformada de Fourier.

4. Contenidos

1. **Teoría de integración (continuación):**

   a) Tipos de convergencia: puntual, uniforme, casi por doquier, en medida, en L^1.

   b) Teoremas de Fubini y Tonelli.

2. **Diferenciación**

   a) Lemas de cubrimiento (Vitalli).

   b) Diferenciación de funciones monótonas.

c) Convergencia en promedio, funciones localmente integrables.

d) Función Maximal de Hardy Littlewood, Teorema Maximal.

e) Teorema de Diferenciación de Lebesgue, conjunto de Lebesgue.

3. **Continuidad absoluta y Teorema Fundamental del Cálculo**

a) Continuidad Absoluta: Definición, propiedades, diferenciabilidad.

b) Teorema de Banach-Zaretsky.

c) Teorema Fundamental del Cálculo y aplicaciones.

4. **Espacios L^p**

a) Espacios ℓ^p: Desigualdades, convergencia, completitud.

b) Definición y propiedades de los espacios L^p: Normas, Desigualdad de Hölder, convergencia, densidad y separabilidad.

c) Espacios L^p-débiles.

5. **Espacios de Banach:**

a) Normas: Definición y propiedades, espacios normados, métrica inducida.

b) Completitud y Espacios de Banach.

c) Convergencia de funciones, convergencia uniforme.

d) Equivalencia de normas.

e) Dimensión y espacios de dimensión finita. Compacidad local.

f) Operadores lineales.

g) Series de funciones y convergencia absoluta.

6. **Espacios de Hilbert:**

a) Espacios de producto interno: Definición y propiedades.

b) Espacios de Hilbert.

c) Ortogonalidad: Complementos, proyecciones, sucesiones completas.

d) Sucesiones y bases ortonormales: familias ortonormales, proyecciones, existencia de bases ortonormales.

7. **Introducción al Análisis de Fourier:**

   a) Series de Fourier: definición, propiedades, metodos de suma, núcleos, convergencia.

   b) Transformada de Fourier: Definición, propiedades, convergencia.

5. Evaluación

La evaluación del curso consta de tareas (semanales o quincenales) por un 40 % de la nota, y dos exámenes parciales con un valor de 20 % cada uno, y un proyecto/exposición final con un valor de un 20 %.

Las tareas serán evaluadas de manera oral en horario de clase, de la siguiente manera: Cada semana, o cada dos semanas (dependiendo del avance) se asignará una lista de ejercicios, la semana siguiente, durante la sesión de clase correspondiente se establecerá un orden aleatorio de los estudiantes, y deberán presentar cada uno un ejercicio de acuerdo al orden asignado ese mismo día. Si el estudiante no tiene preparado el ejercicio que le corresponde, perderá el punto de tarea de esa sesión, y procederá a resolver dicho ejercicio el siguiente estudiante según el orden de ese día. Se explicará más sobre esta metodología durante la clase.

Los exámenes serán administrados de manera virtual, y los detalles se darán a conocer en el momento oportuno. Los proyectos serán individuales, y los temas a elegir serán comunicados en las primeras semanas de clase.

Según Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (aprobado en sesión 4632-03, 09-05-01. Publicado en La Gaceta Universitaria 03-2001, 25-05-01) se tiene ademáós lo siguiente:

ARTÍCULO 25. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La escala numérica tiene el siguiente significado:

9,5 y 10,0	Excelente	7,0	Suficiente
8,5 y 9,0	Muy bueno	6,0 y 6,5	Insuficiente, ampliación
7,5 y 8,0	Bueno	Menos de 6,0	Insuficiente

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente coma veinticinco (,25) o coma setenta y cinco (,75), deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar un curso.

6. Calendario

6.1. Calendario de exámenes

- Primer parcial: Sábado 3 de octubre.
- Segundo parcial: Sábado 5 de diciembre.
- Ampliación: Lunes 14 de diciembre.

Estas fechas son aproximadas, el calendario de exámenes puede estar sujeto a cambios dependiendo de las particularidades del semestre y en mutuo acuerdo con los estudiantes. La hora de los exámenes serán anunciadas en el momento oportuno.

7. Varios

- **Reposición de exámenes:** En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (con justificación médica), o haber presentado dos exámenes el mismo día, o choque de exámenes (con constancia del profesor respectivo), o la muerte de un pariente en primer grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo. En cualquier caso, se debe presentar los documentos probatorios al profesor, en los primeros tres días hábiles después de haberse realizado el examen (salvo casos especiales). Al estudiante se le hará un examen de reposición en la fecha a convenir con el profesor.

- **Modalidad del curso:** El curso se hará de manera virtual, y las clases serán en su mayoría sincrónica por medio de la aplicación Zoom. Dado que tenemos muchos feriados los días lunes durante este semestre, la semana en la que se tenga uno de esos feriados, una de las clases será asincrónica, ya sea por medio de vídeo o lectura asignada.

- **Consulta:** Las horas de consulta establecidas al inicio de la carta pueden ser utilizadas si el estudiante así lo desea, para consulta por medio de la plataforma Zoom.

- **Asistencia:** La asistencia no es obligatoria, pero sí es recomendada para todas las clases. El estudiante que pierda una clase es responsable por el material y anuncios que se hayan hecho. Las horas de oficina no se usarán para re-enseñar el material perdido por ausencia, sin embargo, las preguntas para el mejor entendimiento de los temas son siempre bien recibidas.

- **Mediación Virtual:** El curso cuenta con un sitio en Mediación Virtual en la modalidad virtual, se utilizará la plataforma para colocar los documentos pertinentes del curso. Por ese medio se publicarán las tareas, exámenes, y algún material de referencia o de apoyo que surja a lo largo del curso. Se puede acceder al mismo por medio de `https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr`.

8. Bibliografía

- Duoandikoetxea, J. *Fourier Analysis*. Grad. Studies in Math. 29. American Mathematical Society. Providence, RI, 2001.
- Folland, G. *Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications*. Second edition. John Wiley and Sons. New York, NY, 1999.
- Heil, C. *Introduction to Real Analysis*. Graduate Texts in Mathematics. Springer. 2019.
- Heil, C. *Metrics, Norms, Inner Products, and Operator THeory*. Birkhäuser. Boston. 2001.
- Katznelson, Y. An Introduction to Harmonic Analysis. Third edition. Cambridge University Press. 2012.
- Lieb, E., Loss, M. *Analysis*. Second edition. Graduate Studies in Mathematics. American Mathematical Society. 2001.
- Royden, H. *Real analysis*. Third edition. Macmillan Publishing Company. New York, NY, 1988.
- Stein, E., Shakarchi, R. *Real Analysis: Measure Theory, Integration & Hilbert Spaces*. Princeton University Press. Princeton, NJ, 2005.
- Wheeden, R., Zygmund, A. *Measure and Integral*. Marcel Dekker. New York-Basel, 1977.