

Carta al estudiante

I. OBJETIVO GENERAL.

El propósito fundamental de este curso es el de seguir consolidando al estudiante en el estudio del álgebra abstracta, a través de ciertas estructuras algebraicas básicas, a saber: la teoría de anillos, la teoría de módulos y principios en el álgebra conmutativa y la geometría algebraica.

II. PROGRAMA DEL CURSO.

El contenido del curso consiste esencialmente de los siguientes temas:

Teoría de anillos: Definiciones básicas y ejemplos: anillos de polinomios, anillos de matrices y anillos grupales; hamiltonianos, homomorfismos, isomorfismos, ideales y sus propiedades, anillos cocientes, teoremas de isomorfismos (de Noether), ideales primos y maximales, anillos de fracciones, teorema del resto chino, dominios euclidianos, dominios de ideales principales, unidades, elementos irreducibles, dominios de factorización única, los enteros Gaussianos, anillos de polinomios (nuevamente), lemma de Gauss, polinomios irreducibles, criterio de Eisenstein, anillos de polinomios en varias variables y bases de Gröbner.

Teoría de módulos: Definiciones básicas y ejemplos, homomorfismos de módulos y módulos cocientes, teoremas de isomorfismo, submódulos generados, sumas directas, módulos libres, productos tensoriales de módulos y de homomorfismos, secuencias exactas, módulos proyectivos, inyectivos y planos, módulos Noetherianos.

Introducción al álgebra conmutativa y geometría algebraica: Anillos Noetherianos, conjuntos algebraicos afines, teorema de la base de Hilbert, funciones regulares, nilradicales y radicales de Jacobson, anillos reducidos, topología de Zariski, correspondencia de conjuntos algebraicos e ideales radicales, descomposición primaria, extensiones integrales, teorema de ceros de Hilbert (Nullstellensatz), localizaciones y anillos locales, espacios espectrales de Zariski.

III. METODOLOGÍA.

El curso será impartido, por disposiciones sanitarias y universitarias, de manera virtual (**alta virtual**) durante todo el semestre (a menos que las autoridades nacionales indiquen que se permiten reuniones), a través de la plataforma METICS de la Universidad de Costa Rica. Habrán guías de trabajo semanales para que logren analizar los principales temas teóricos junto con ejercicios sugeridos. Estas se colocarán al inicio de la semana y abarcarán el trabajo que deberá realizar el estudiante durante esa semana. El profesor acompañará a los estudiantes a través del foro especialmente dedicado al curso (llamado *Foro de dudas y consultas*). Tendremos programada una sesión virtual todos los viernes de 9 a 11 am. Durante esas horas del viernes el profesor hará una explicación de las principales ideas de la semana y esto será valioso para el estudiante únicamente en el caso en que él haya realizado y trabajado la guía semanal. Los estudiantes podrán en esas horas evacuar dudas sobre el trabajo asignado en las guías. En caso de ser necesario, y de manera más personalizada, los estudiantes podrán evacuar dudas en las horas de consulta, que serán los viernes de 2 a 4:30 pm mediante telegram o video llamadas. Se intentará contar con otros materiales virtuales (youtube, presentaciones, etc) suplementarios a las guías semanales para dar más apoyo pedagógico.

IV. EVALUACIÓN.

En nuestra primera sesión sincrónica llegamos al acuerdo en la evaluación que a continuación describimos. Realizaremos dos tareas para comprobar el avance en la primera parte del curso (semana 1 a 7). La primera tarea les será entregada el lunes de la cuarta semana y la segunda el lunes de la séptima semana. Cada tarea vale 25% de la nota de aprovechamiento. El restante 50% de la nota será evaluado mediante una exposición que cada estudiante realizará virtualmente usando videos, powerpoint (beamer en latex) o algún otro formato de su escogencia para presentar los temas de las restantes nueve semanas, un tema semanal por estudiante.

Como es usual en la UCR, quien tiene más de siete pasa el curso, quien tiene entre 6 y 7 (estrictamente), deberá realizar una prueba de ampliación, y quien tiene menos estrictamente de 6 pierde el curso.

V. CRONOGRAMA.

Semana 1: Definiciones básicas de anillos y ejemplos: anillos de polinomios, anillos de matrices y anillos grupales. Secciones 7.1 y 7.2, páginas 223 – 239.

Semana 2: Homomorfismos de anillos, ideales y sus propiedades, anillos cocientes, teoremas de isomorfismo, ideales primos e ideales maximales. Secciones 7.3 y 7.4, páginas 239 – 259.

Semana 3: Anillos de fracciones, dominios, teorema del resto chino. Secciones 7.5 y 7.6, páginas 260 – 269.

Semana 4: Anillos Euclidianos y dominios de ideales principales. Secciones 8.1 y 8.2, páginas 270 – 283.

Semana 5: Dominios de factorización única y definiciones básicas de anillos de polinomios. Secciones 8.3 y 9.1, páginas 283 – 299.

Semana 6: Anillos de polinomios (continuación) y criterios de irreducibilidad. Secciones 9.2, 9.3 y 9.4 páginas 299 – 315.

Semana 7: Anillos de polinomios en varias variables y bases de Gröbner. Secciones 9.5 y 9.6, páginas 315 – 333.

Semana 8: Definiciones básicas de módulos, ejemplos, homomorfismos y módulos cocientes. Secciones 10.1 y 10.2, páginas 337 – 351.

Semana 9: Módulos generados, sumas directas y módulos libres. Sección 10.3, páginas 345-355.

Semana 10: Producto tensorial de módulos. Sección 10.4, páginas 359 – 375.

Semana 11: Secuencias exactas, módulos inyectivos, proyectivos y planos. Sección 10.5, páginas 378 – 402.

Semana 12: Módulos sobre dominios de ideales principales, anillos Noetherianos y conjuntos algebraicos. Sección 12.1, páginas 456-459 (hasta corolario 2) y sección 15.1, páginas 656 – 668.

Semana 13: Variedades afines y ideales radicales. Sección 15.2, páginas 673 – 686.

Semana 14: Extensiones integrales y teorema de ceros de Hilbert. Sección 15.3, páginas 691 – 702.

Semana 15: Localizaciones en anillos y módulos. Sección 15.4, páginas 706 – 726.

Semana 16: El espectro de Zariski. Sección 15.5, páginas 731 – 745.

V. HORAS CONSULTA.

El profesor del curso estará dando sus horas de consulta los viernes de las 14:00 a 16:30 mediante Telegram o video conferencia programada.

VI. BIBLIOGRAFÍA.

Cualquier libro de Álgebra, de Teoría de anillos, de Teoría de módulos, de álgebra conmutativa es bienvenido para que lo consulten. Sin embargo, las guías de trabajos reposarán en lecturas de la primera de las referencias siguientes:

D. S. DUMMIT, R. M. FOOTE, **Abstract Algebra**, Third Edition, John Wiley & Sons, 2004.

P. M. COHN, **Algebra, volume 1 y 2**, second edition, John Wiley & Sons, 1984.

C. CHEVALLEY, **Fundamental concepts of Algebra**, Academic Press Inc, 1956.

N. JACOBSON, **Lectures in Abstract Algebra, vol I – Basic concepts**, Editorial Van Nostrand, 1958.

N. JACOBSON, **Basic Algebra**, volume I y II, second edition, Dover Publications, 1985.

A. I. KOSTRIKIN, **Introducción al álgebra**, Editorial Mir Moscú, 1980.

G. BIRKHOFF, S. MACLANE, **Álgebra moderna**, cuarta edición, Editorial Vicens-vives, 1985.

I. N. HERSTEIN, **Álgebra Moderna**, Editorial Trillas, 1970.

S. LANG, **Algebra**, Third Edition, Addison-Wesley, Reading Massachusetts, 1993.

O. ZARISKI, P. SAMUEL, **Commutative algebra**, volume I, van Nostrand Company, Princeton, New Jersey, 1958.

J. LELONG-FERRAND, J. M. ARNAUDIÈS, **Álgebra**, Editorial Reverté S. A., Barcelona, 1979.

M. F. ATIYAH, I. G. MACDONALD, **Introduction to Commutative Algebra**, Addison – Wesley Publishing Company, Reading Massachusetts, 1969.

M. REID, **Undergraduate Commutative Algebra**, London Mathematical Society, Student Texts 29, Cambridge University Press, 1995.

VII. SALUDOS CORDIALES,

— Jorge I. Guier —