



PROGRAMA DEL CURSO

Curso: MA-0015 ÁLGEBRA LINEAL

Nivel: V Ciclo

Requisitos: MA-0006 Conjuntos numéricos

Tipo de Curso: Teórico

Co-requisitos: No tiene

Créditos: 4

Horas presenciales: 5

I. DESCRIPCIÓN

Este es un curso clásico de álgebra lineal donde se incorporan elementos de historia y aplicaciones. Inicia con vectores de dos y tres dimensiones para desarrollar la intuición geométrica y preparar mejor al estudiante para hacer la transición a otras dimensiones y a los aspectos teóricos del curso. Se resuelven sistemas de ecuaciones lineales tanto algebraicamente, como haciendo uso de la tecnología, principalmente en la solución de problemas de aplicación a la vida real, donde existen mucho más variables a considerar. Se plantean las demostraciones formales de los resultados más relevantes, sobre todo en el tema de espacios vectoriales.

II. OBJETIVOS

Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

- 1) Efectuar operaciones de suma, producto por escalares, multiplicación de vectores y matrices.
- 2) Aplicar y demostrar resultados que involucren los conceptos de punto, vector, producto escalar, distancia, norma, ángulo, proyección, ortonormalización, producto vectorial, rectas, planos y transformaciones en el plano.
- 3) Representar vectores, rectas y planos en el espacio, suma de vectores, proyecciones, planos paralelos y perpendiculares.
- 4) Aplicar y demostrar propiedades de las operaciones con matrices.

- 5) Reducir matrices utilizando operaciones elementales sobre sus filas y aplicar reducción en el cálculo del rango de una matriz y en el cálculo de matrices inversas.
- 6) Resolver sistemas de ecuaciones lineales y analizar su conjunto solución en términos de sus variables principales, variables libres y parámetros.
- 7) Calcular el determinante de una matriz y demostrar propiedades relacionadas con el análisis del rango, la invertibilidad de matrices y su relación con sistemas de ecuaciones lineales.
- 8) Aplicar y demostrar resultados que involucren los conceptos de espacio vectorial, subespacio vectorial, combinación lineal, independencia lineal, generación, base y dimensión de un espacio vectorial.
- 9) Aplicar y demostrar resultados que involucren los conceptos de transformación lineal, núcleo e imagen de una transformación lineal, matriz asociada a una transformación lineal, subespacio invariante, vector propio, valor propio, espacio propio y diagonalización.
- 10) Resolver problemas aplicados a las ciencias con y sin uso de software, que involucren herramientas del álgebra lineal.
- 11) Utilizar software para realizar reducciones por fila, resolver sistemas de ecuaciones, obtener la inversa de una matriz, calcular determinantes, diagonalizar una matriz, obtener valores y vectores propios, etc. e interpretar adecuadamente los resultados.
- 12) Exponer y discutir los aportes de los principales algebraistas a través de la historia del álgebra.

III. CONTENIDOS

TEMA 1: Geometría vectorial

Vectores en el plano y el espacio. Álgebra de vectores. Producto escalar. Vectores ortogonales y paralelos. Proyecciones. Ángulo y distancia entre vectores. Producto vectorial. Rectas y planos. Distancia de un punto al plano, planos paralelos, perpendiculares, intersecciones.

TEMA 2: Sistemas de ecuaciones lineales y determinantes

Matrices y su álgebra. Sistemas lineales. Soluciones de sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de eliminación gaussiana y Jordán. Tipos de soluciones. La inversa de una matriz y teoremas relacionados con sistemas lineales. Definición y propiedades de determinantes. Desarrollo por cofactores. Regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones. Aplicaciones.

TEMA 3: Espacios vectoriales

Espacios y subespacios vectoriales. Independencia lineal. Bases y dimensión. Sistemas homogéneos. Rango y aplicaciones. Coordenadas y cambios de base. Bases ortonormales en \mathbb{R}^n . Proceso de Graham-Schmidt.

TEMA 4: Valores y vectores propios de una matriz

Valores y vectores propios. Multiplicidad algebraica y geométrica de valores propios. Diagonalización de matrices y de matrices simétricas.

TEMA 5: Transformaciones lineales

El núcleo y la imagen de una transformación lineal. La matriz de una transformación lineal. Cambio de base para aplicaciones lineales.

TEMA 6: Evolución histórica del álgebra lineal

El papiro de Rhind. Aportes de los chinos en los siglos III y IV a.C. Fibonacci y su obra Liber Quadratorum. Génesis de los números complejos. Aportes de D'Alembert, Euler, Lagrange, Hamilton, Cayley, Grassman, Galois y otros.

IV. METODOLOGÍA

Las clases presenciales combinarán la clase magistral con la resolución de problemas, el trabajo en grupos, comentarios de artículos de historia y aplicaciones novedosas con exposiciones por parte de los estudiantes.

Este curso es el primero, dentro del área del álgebra, que desarrolla una matemática formal, de modo que se hacen demostraciones rigurosas desde su inicio. Para el tema de álgebra vectorial, se prueban las propiedades algebraicas y se da un énfasis geométrico con visualización usando TIC. En sistemas de ecuaciones lineales, se prueban y discuten los tipos de solución y se prueban los resultados relacionados con la matriz inversa. El capítulo de espacios vectoriales es el que más formalidad presenta, en cuanto a las pruebas y resultados. Los últimos dos capítulos incluyen algunas, pero se combinan más con uso de TIC y con algunas aplicaciones. Se recomienda que el último capítulo se deje como proyectos para que los estudiantes hagan una búsqueda bibliográfica o en la web, expongan y discutan con sus compañeros. Esto no debe dejarse para el final, sino que podría darse a través del ciclo lectivo, conforme se van desarrollando los temas.

La exposición de la solución de un ejercicio o bien, la explicación de la demostración de un resultado matemático ante el grupo, puede tomarse como un ejercicio académico de su futuro profesional como docente. Desde el aprender a usar el pilot, la pizarra, su forma de exponer, su forma de mirar al grupo, su desplazamiento dentro del aula, etc. son puntos que se pueden reforzar en este curso.

El álgebra lineal se desarrolló para satisfacer las demandas de otras ciencias como la física, la geometría, las ecuaciones diferenciales y hoy en día se usa inclusive en las ciencias sociales, por ello es fundamental que en este curso se estudien algunas de sus aplicaciones; ello permite no sólo humanizar la matemática, sino también inculcar en los futuros docentes la importancia de establecer conexiones entre la matemática y otras ciencias. Para lograr lo anterior, se recomienda asignar a los estudiantes, proyectos de búsqueda de aplicaciones para que luego expongan al grupo. Al mismo tiempo, es importante propiciar la reflexión sobre cómo usar las aplicaciones como un medio de motivación a la hora de enseñar algebra lineal, respondiendo al por qué y para que de la matemática.

Una indagación histórica de los orígenes conceptuales y metodológicos del álgebra lineal, puede ayudar a una mejor comprensión de la asignatura, resultando así, una manera más persuasiva, motivadora e interesante a los estudiantes y futuros profesores de matemática. Es por esto que se sugiere asignarles proyectos donde se tenga que leer sobre la historia del algebra lineal.

Se puede recurrir al uso de software matemático, como una herramienta en manos del profesor para ilustrar la interpretación geométrica de un sistema de ecuaciones lineales, por ejemplo, o algún software simbólico para resolver problemas de álgebra de matrices y sus propiedades y así verificar el trabajo de los estudiantes. Se puede intentar multiplicar dos matrices que no tienen las dimensiones adecuadas para ver qué le indica el software, o cambiar un coeficiente en un sistema de ecuaciones por un parámetro para investigar qué sucede con las soluciones. Esto logrará, además, ir familiarizando al estudiante con el uso de las TIC en el aula, para posteriormente, en coordinación con otros cursos profundizar en la reflexión sobre el uso inteligente de estos recursos. De ahí la importancia de que haya llevado el curso de Tecnología en el aula de Matemática I, así como otros cursos donde abordan el eje tecnológico, de modo que ya tengan algún acercamiento con las TIC.

V. EVALUACIÓN

Se recomienda que en este curso la evaluación no se base exclusivamente en exámenes, quices y tareas, sino que se tomen en cuenta otros rubros que son importantes en la formación integral del futuro profesor. Se debe contar con una evaluación sumativa y cualitativa que involucre tareas, exposiciones, resolución de problemas en la pizarra, análisis de lecturas, proyectos de búsqueda de información y algunos exámenes cortos.

VI. BIBLIOGRAFÍA

1. Grossman, S. (2008). **Algebra Lineal**. México: McGraw-Hill.
2. Hoffman, J. (2002). **Historia de la Matemática**. México: Limusa S.A.
3. Kolman, B. y Hill, D. (2006). **Algebra Lineal**. México: Pearson Education.
4. Lang, S. (1989). **Introducción al Algebra lineal**. España: Addison Wesley.
5. Poole, D. (2004). **Algebra Lineal una introducción moderna**. México: Thomson and Learning
6. Williams, G. (2002). **Algebra Lineal con aplicaciones**. México: McGraw-Hill.