



## PROGRAMA DEL CURSO

### Curso: MA-0014 DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA

**Nivel:** V Ciclo

**Requisitos:** MA-0007 Matemática  
en el currículum escolar y MA-0013  
Geometría Euclidiana II

**Tipo de Curso:** Teórico-Práctico

**Co-requisitos:** No tiene

**Créditos:** 4

**Horas presenciales:** 5

#### I. DESCRIPCIÓN

---

Didáctica de la Geometría forma parte de la formación inicial específica de un futuro educador matemático. Es un curso teórico-práctico que relaciona mediante la puesta en práctica, conocimientos adquiridos en cursos anteriores, tanto del área didáctico-matemática como de la matemática, con otros conocimientos nuevos.

Se ofrecen herramientas para analizar fenómenos escolares relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría. Promueve la utilización, por parte de los estudiantes, de un software de geometría dinámica para los análisis y propuestas. También permite describir la evolución de problemáticas de investigación, estudiar resultados y sus respectivos autores en esta área de la Didáctica.

Como parte del bloque de didácticas específicas, este curso pretende desarrollar competencias de diseño, implementación y análisis de propuestas de enseñanza y de aprendizaje, en este caso, específicamente de la Geometría.

#### II. OBJETIVOS

---

Durante el curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

- Explorar y analizar sus propias creencias sobre la naturaleza de la Geometría y sobre su proceso de enseñanza y de aprendizaje.
- Describir las fenomenologías didácticas propuestas para la enseñanza o el aprendizaje de la Geometría escolar en investigaciones y literatura específica.



- Describir los obstáculos epistemológicos presentes en el desarrollo del pensamiento geométrico y los modos de expresar y utilizar los conceptos geométricos durante los momentos relevantes de la historia de la Geometría, como una forma de comprender fenómenos didácticos y curriculares vinculados con la educación matemática costarricense.
- Analizar las referencias fenomenológicas e históricas de la Geometría en libros de texto en: actividades de motivación, presentación de conceptos, explicación de procedimientos, ejercicios, problemas.
- Establecer las jerarquías conceptuales y procedimentales de los conocimientos de Geometría propuestas en los programas de Matemática del MEP.
- Contrastar los conocimientos geométricos formales con los escolares.
- Establecer los modelos y representaciones que se proponen usualmente para tratar la Geometría escolar.
- Determinar en las prácticas y recursos escolares para secundaria o primaria o según la investigación en Didáctica de la Geometría, errores o aspectos que podrían inducir a errores en la Geometría escolar, con el fin de proponer un tratamiento.
- Relacionar los aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento geométrico con los detectados en las prácticas de aprendizaje de los estudiantes.
- Describir las estrategias de enseñanza y aprendizaje más comunes de los conocimientos de la Geometría escolar según la investigación en Didáctica de la Geometría.
- Analizar la pertinencia y coherencia de estrategias de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos de la Geometría escolar, según diversos indicadores específicos (a partir del modelo de aprendizaje de Van Hiele, utilizando un software de geometría dinámica u otro recurso tecnológico).
- Diseñar, implementar y analizar una estrategia de enseñanza de algún conocimiento de la Geometría escolar.
- Describir las temáticas de investigación que se han abordado en Didáctica de la Geometría.

### III. CONTENIDOS

---

#### **TEMA 1: Rectas y planos perpendiculares y paralelos en el espacio**

Teorema fundamental sobre perpendiculares. Distancia de un punto a un plano. Propiedades de planos paralelos. Ángulos diedros y planos perpendiculares. Proyecciones.

#### **TEMA 2: Circunferencias y superficies esféricas. Teoremas de concurrencia**

Rectas tangentes a circunferencias y planos tangentes a superficies esféricas. Ángulos inscritos y arcos interceptados. Arcos de circunferencias y arcos congruentes. Segmentos secantes y tangentes. Teoremas de concurrencia. Bisectrices de los ángulos de un triángulo y medianas en un triángulo. Construcciones geométricas. Circunferencia inscrita y circunscrita.

#### **TEMA 3: Polígonos regulares. Áreas de círculos y sectores.**

Polígonos y polígonos regulares. La longitud de la circunferencia. El área de un círculo. Longitudes de arcos y áreas de sectores.

#### **TEMA 4: Los cuerpos sólidos y sus volúmenes**

Propiedades de prismas y pirámides. El principio de Cavalieri. Volúmenes de prismas y pirámides. Propiedades y volúmenes de cilindros y conos. Volumen y área de la superficie de una esfera.

### IV. METODOLOGÍA

---

Dado que se trata de un curso teórico-práctico, estos dos componentes deben verse reflejados conjuntamente en la actividad matemática escolar geométrica, en su enseñanza y en su aprendizaje. *Didáctica de la Geometría* ofrece un espacio al estudiante para abordar la Geometría escolar desde sus dimensiones histórica–epistemológica–fenomenológica y didáctico–matemática. El docente debe hacer explícita la manera en que cada una de las estrategias metodológicas del curso contribuye con el fin último de diseñar, implementar y analizar una propuesta de enseñanza. Además, debe velar porque esas contribuciones sean evidentes en el trabajo de los estudiantes.

A continuación, se describen estrategias metodológicas para implementar este programa; algunas de ellas deben desarrollarse con carácter obligatorio, lo cual se indica entre paréntesis “(obligatorio)”.

### Componente teórico

- 1) Revisión bibliográfica sobre fenomenología didáctica, historia y epistemología de la Geometría. Se sugiere una organización grupal de los estudiantes, donde el docente asigna a cada grupo una temática con preguntas claves y al menos una referencia bibliográfica de base<sup>1</sup>. Los alumnos deberán investigar más referencias para realizar la tarea solicitada.
- 2) La revisión bibliográfica se recomienda también para determinar errores o aspectos que podrían inducir a errores en la Geometría escolar, así como para describir temas y problemáticas de investigación, conocer autores, sus obras y contribuciones en Didáctica de la Geometría.
- 3) Análisis de libros de texto por parte de los estudiantes para determinar la presencia y el uso dado a referencias fenomenológicas e históricas de la Geometría; así como justificar su pertinencia y realizar sugerencias que potencien el uso didáctico de elementos fenomenológicos e históricos. (**obligatorio**)
- 4) Discusiones guiadas por el docente para que los estudiantes analicen sus propias creencias sobre la naturaleza de la Geometría, y sobre su proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos intercambios deben efectuarse a lo largo del curso, según el tema que se esté abordando y deben ser registrados por cada alumno de forma escrita, de manera que se evidencie la evolución de su pensamiento.
- 5) Análisis del conocimiento geométrico escolar: jerarquías conceptuales y procedimentales. Para cada tema de la unidad de Geometría en el programa de estudio del MEP, los estudiantes deben extraer las conexiones (conocimientos previos y futuros) entre conceptos y procedimientos, esquematizar los resultados y exponerlo en clase. En una sesión grupal debe analizarse la coherencia horizontal y vertical del esquema global. (**obligatorio**)
- 6) La estrategia anterior también es aplicable para contrastar los conocimientos geométricos formales con los escolares: valorar la transposición didáctica de los saberes a enseñar: semejanzas, diferencias, carácter implícito, explícito, utilidad y pertinencia del conocimiento matemático formal. (**obligatorio**)

---

1 Una opción de las temáticas a distribuir es: (1) La necesidad de medir como impulso para el desarrollo de la Geometría, (2) Los sólidos platónicos: cinco poliedros regulares, (3) Los aportes de Euclides al desarrollo de la Geometría, (4) Los aportes de Arquímedes y Apolonio al desarrollo de la Geometría, (5) El impulso del arte del Renacimiento y el desarrollo de la geometría proyectiva, (6) Los aportes de Descartes y Fermat, geometrías métricas y no euclídeas, y (7) Fenomenología didáctica de la Geometría. Se sugiere que sea el docente quien aborde los aportes de Klein y Hilbert, y se refiera al Programa de Erlangen.

- 7) Revisión de referencias bibliográficas, contrastación de propuestas de enseñanza y clasificación de los resultados para que los estudiantes, distribuidos en pequeños grupos según una temática, formulen un listado de conjeturas sobre cómo se enseña o cómo se aprende el tema de Geometría escolar que posteriormente observarán. Este estudio *a priori* servirá de referencia para construir criterios de observación. (**obligatorio**)
- 8) Síntesis escritas realizadas por los estudiantes en la pizarra, al cierre de las discusiones en clase.
- 9) Entrevistas a docentes que complementen la información bibliográfica indagada (se sugiere para las jerarquías conceptuales de los temas geométricos escolares, modelos y representaciones comunes, errores y dificultades frecuentes, recursos y materiales adecuados para la enseñanza de temas geométricos o estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje). (**obligatorio**)
- 10) Exposiciones orales de los estudiantes que orienten las discusiones en torno a los resultados de tareas de revisión bibliográfica e indagación de campo.

#### Componente práctico

- 11) Observaciones y análisis de clase sobre cómo enseña un docente un determinado tema de Geometría escolar. (**obligatorio**) Se recomienda que cada grupo observe al menos una clase cuyos criterios de análisis hayan sido sugeridos por otro grupo. Los estudiantes que harán la observación deberán valorarlos, reestructurarlos o modificarlos de ser necesario.
- 12) Observaciones y análisis de clase sobre cómo aprenden unos estudiantes un tema de Geometría escolar. El análisis debe incluir la relación entre aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento geométrico y aquellos detectados durante la observación. (**obligatorio**) Respecto a los criterios de análisis se sugiere la misma dinámica que en el punto anterior.
- 13) Diseño, implementación y análisis de una estrategia de enseñanza de un conocimiento de la Geometría escolar. Todos los estudiantes, al menos en parejas, deben realizar el diseño de sesiones de trabajo con alumnos sobre el estudio de un tema de la Geometría escolar. Este debe contemplar todos los elementos que defina el profesor del curso (incluyendo al menos: diagnóstico, contenidos -conceptuales, procedimentales, actitudinales-, procesos matemáticos, evaluación formativa, evaluación sumativa) y ser aplicable en un contexto educativo costarricense. La implementación debe realizarse bajo supervisión y su valoración debe registrarse de forma escrita tanto por el supervisor como por el alumno. (**obligatorio**)

De acuerdo con las estrategias metodológicas descritas, los estudiantes deben realizar en este curso las tareas didáctico-matemáticas que se desglosan abajo para distintos temas de la Geometría escolar<sup>2</sup>, por lo que debe aplicarse una metodología *rotativa*, tal como se ha trabajado en otros cursos de Didácticas específicas.

**TAREAS DIDÁCTICO – MATEMÁTICO**

1	Construir jerarquías conceptuales de los conceptos previos del <i>tema</i> .
2	Establecer las conexiones del <i>tema</i> con otras áreas matemáticas y extramatemáticas.
3	Contrastar los conocimientos geométricos formales del <i>tema</i> con los conocimientos escolares.
4	Determinar la pertinencia del <i>tema</i> (presencia en el curriculum y nivel en el que se encuentra).
5	Establecer los modelos y representaciones más usuales en el <i>tema</i> .
6	Inventariar los errores o aspectos que podrían inducir a errores sobre el <i>tema</i> .
7	Describir las estrategias de enseñanza y aprendizaje más comunes del <i>tema</i> .
8	Determinar la pertinencia de las estrategias de enseñanza y aprendizaje descritas del <i>tema</i> .
9	Observar cómo un docente enseña el <i>tema</i> .
10	Observar cómo estudiantes aprenden el <i>tema</i> .
11	Diseñar un instrumento (diagnóstico) que valore los conocimientos previos de los estudiantes que estudiarán el <i>tema</i> .
12	Determinar indicadores específicos de aprendizaje del <i>tema</i> .
13	Construir estrategias de evaluación formativa del <i>tema</i> .
14	Diseñar una estrategia de enseñanza del <i>tema</i> .
15	Implementar y analizar una estrategia de enseñanza del <i>tema</i> .
16	Diseñar una estrategia de evaluación sumativa del <i>tema</i> .

**NOTA: LOS SÍMBOLOS JUNTO A LOS NÚMEROS SUGIEREN UNA POSIBLE FORMA DE AGRUPAR LAS TAREAS.**

Para aplicar una estrategia rotativa los estudiantes pueden distribuirse en ocho grupos. Cada grupo realizará las dos primeras tareas de la lista anterior para uno de los ocho temas de la Geometría escolar en estudio. Las dos siguientes tareas estarán a cargo de otro grupo, por lo que éste tiene la responsabilidad de estudiar el material que el equipo anterior generó. Esta última dinámica se aplica sucesiva y cíclicamente, hasta completar las tareas a realizar durante el curso. Está claro que en la descripción anterior, el número de grupos y la cantidad de tareas didáctico-matemático por grupo deberán adaptarse a las características de cada clase.

2 Según los contenidos de este Programa, se sugiere la distribución del grupo de estudiantes en ocho grupos: (1) Conceptos básicos –punto, segmento, recta-, ángulos, rectas paralelas y perpendiculares; (2) Triángulos: elementos, clasificación, propiedades, desigualdad triangular, semejanza, congruencia, aplicación de teoremas; (3) Cuadriláteros –elementos, clasificación, propiedades- y polígonos; (4) Circunferencias; (5) Perímetro, área y volumen; (6) Cuerpos sólidos, geometría del espacio y visualización espacial; (7) Geometría analítica, simetría y transformaciones en el plano; y (8) Trigonometría.



## **V. EVALUACIÓN**

---

Se recomienda evaluar a los estudiantes a partir de su desempeño en productos tales como:

### Componente teórico

1. Reportes escritos u orales de búsquedas y análisis bibliográficos.
2. Informe sobre las referencias fenomenológicas e históricas de la Geometría en libros de texto.
3. Esquemas de las jerarquías conceptuales y procedimentales de los conocimientos de Geometría escolar.
4. Informe sobre el contraste entre los conocimientos geométricos formales y los escolares.
5. Tabulación y análisis de entrevistas a docentes.
6. Resúmenes que apoyen las sesiones de discusión y que los estudiantes deberán completar según lo discutido en clase.
7. Listado de indicadores de aprendizaje de un tema de la Geometría escolar.
8. Exámenes escritos u orales.
9. Primera sección de una carpeta que recopile los reportes o informes, resúmenes, indicadores, esquemas, tabulaciones, análisis realizados durante el curso y exámenes escritos. Ésta debe incluir los esquemas de las jerarquías conceptuales y procedimentales de todos los conocimientos de la Geometría escolar, así como los indicadores de aprendizaje de todos los temas de la Geometría escolar, no solo los realizados por el grupo que integra el estudiante.

### Componente práctico

10. Reporte escrito de observaciones a docentes.
  11. Reporte escrito de observaciones a estudiantes.
  12. Reportes del diseño, implementación y análisis de la propuesta de enseñanza elaborada para un tema de la Geometría escolar.
-

13. Reporte escrito de la observación del trabajo realizado por los estudiantes que implementaron un diseño elaborado en el curso.
14. Comprobante de la puesta en práctica del diseño firmado por el supervisor.
15. Segunda sección de una carpeta que recopile los reportes referentes al componente práctico.

Durante *Didáctica de la Geometría* el estudiante debe cumplir con al menos 18 horas de práctica, distribuidas de la siguiente forma: 7 horas de observación a un docente autorizado por el encargado del curso, 5 horas de observación a estudiantes, 6 horas de implementación del diseño. Este número de horas no incluye cualquier otro tipo de práctica que los estudiantes deban o consideren oportuno hacer, por ejemplo entrevistas a docentes o estudiantes.

## VI. BIBLIOGRAFÍA

---

- 1) Alsina, C. Burgués, C. Fortuny, J. (1997). **Invitación a la didáctica de la geometría.** Matemáticas: cultura y aprendizaje, Vol 12. España: Editorial Síntesis.
- 2) Alsina, C. Fortuny, J. Pérez, R. (1997). **¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO.** Educación Matemática en Secundaria. España: Editorial Síntesis.
- 3) Bressan, A.M. Bogisic, B. Crego, K. (2000). **Razones para enseñar Geometría en la Educación Básica.** México: Ediciones Novedades Educativas.
- 4) Corberán, R.M. et all. (1989). **Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele.** España: Universitat de Valencia.
- 5) Itzcovich, H. (2005). **Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones.** Argentina: Libros del Zorzal.
- 6) Sanz, I. (2001). **Matemáticas y su didáctica II. Geometría y medida.** España: Servicio Editorial Universidad del País Vasco.