

PROGRAMA DEL CURSO

Curso: MA-0010 DIDÁCTICA DEL ÁLGEBRA

Nivel: IV Ciclo

Tipo de Curso: Teórico-Práctico

Créditos: 4

Requisitos: MA-0007 Matemática
en el currículum escolar

Co-requisitos: No tiene

Horas presenciales: 5

I. DESCRIPCIÓN

Este curso tiene como propósito articular en la práctica conocimientos adquiridos en los cursos anteriores, tanto del área didáctico-matemática como de la matemática. Este curso ofrece herramientas para analizar características y fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra escolar; así como describir la evolución en cuanto a problemáticas de investigación, resultados y autores en esta área de la Didáctica de la Matemática. La formación en didáctica específica pretende desarrollar competencias de análisis, diseño e implementación de propuestas de enseñanza y aprendizaje del Álgebra.

II. OBJETIVOS

Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

- 1) Explorar y analizar sus propias creencias sobre la naturaleza de las matemáticas, en particular del Álgebra, y sobre sus procesos de enseñanza y de aprendizaje.
- 2) Analizar los rasgos del lenguaje natural y los sistemas de signos de la Aritmética escolar, en cuyo contexto y a partir de los cuales los alumnos de secundaria han de desarrollar el lenguaje del Álgebra.
- 3) Describir los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico, y los modos de expresar y entender los conceptos algebraicos durante los momentos relevantes de la historia del Álgebra, como una forma de comprender fenómenos didácticos y curriculares vinculados con la educación matemática en nuestro país.

- 4) Analizar las referencias fenomenológicas e históricas del Álgebra en libros de texto en: actividades de motivación, presentación de conceptos, explicación de procedimientos, ejercicios, problemas.
- 5) Analizar las jerarquías conceptuales y procedimentales de los conocimientos de Álgebra propuestas en los programas de Matemática del MEP.
- 6) Contrastar los conocimientos algebraicos formales con los escolares.
- 7) Establecer los modelos y representaciones que se proponen usualmente en Álgebra escolar.
- 8) Determinar en las prácticas y recursos escolares para secundaria o primaria, o según la investigación en Didáctica del Álgebra, errores o aspectos que podrían inducir a errores sobre el Álgebra escolar, con el fin de proponer un tratamiento.
- 9) Relacionar los aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento algebraico con los detectados en las prácticas de aprendizaje de los estudiantes.
- 10) Describir las estrategias de enseñanza y de aprendizaje más comunes de los conocimientos del Álgebra escolar según la investigación en Didáctica del Álgebra.
- 11) Analizar la pertinencia y coherencia de las estrategias de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos del Álgebra escolar a partir de indicadores específicos dados.
- 12) Diseñar, implementar y analizar una estrategia de enseñanza de algún conocimiento del Álgebra escolar.
- 13) Describir las temáticas de investigación que se han abordado en Didáctica del Álgebra.

III. CONTENIDOS

TEMA 1: Fenomenología didáctica del Álgebra

Análisis de las características del lenguaje natural y de los sistemas de signos de la aritmética escolar: reglas de transformación, lenguaje aritmético, lenguaje como acción, formalizar como un medio y como un objetivo, construcción algorítmica de los nombres propios, reglas de puntuación, variables en el lenguaje vernáculo y en el lenguaje de las matemáticas, el signo igual, estrategias y técnicas algebraicas (sustitución formal, el principio de permanencia algebraica y traducción algebraica).

TEMA 2: Historia y epistemología del Álgebra

Momentos relevantes en la historia del Álgebra: Procedimientos de solución en la antigua Babilonia, numerosidad de Pitágoras, Euclides y la geometría de las magnitudes, la Arithmetica de Diofanto, procedimientos de solución de Al-kawarizmi, incorporación de la simbología por Viete y Descartes, resolución de ecuaciones de Cardano y Tartaglia, inicios y desarrollo del álgebra moderna. Modos de expresar y concebir los conceptos algebraicos durante cada uno de los momentos relevantes. Obras significativas en cada uno de los momentos relevantes. Obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico.

TEMA 3: Álgebra escolar

Creencias sobre la naturaleza del Álgebra. Caracterización del contenido matemático escolar (variable, constante, representación algebraica, expresiones algebraica –concepto, clasificación–, valor numérico, monomios y polinomios–concepto, operaciones básicas, potenciación–monomios, factorización–factor común, grupos, productos notables, inspección, completar cuadrados, fórmula general, racionalización de denominadores monomios, ecuaciones–primer y segundo grado, inecuaciones–primer y segundo grado, fracciones algebraicas) respecto al conocimiento matemático formal: semejanzas y diferencias, carácter implícito o explícito (objetos de estudio o uso instrumental); utilidad y pertinencia del conocimiento matemático formal.

Jerarquías conceptuales y procedimentales del Álgebra escolar: pertinencia, coherencia (conexiones entre conceptos previos y posteriores; conexiones intra y extramatemática). Modelos y representaciones de los conocimientos del Álgebra escolar.

TEMA 4: Tratamiento didáctico del Álgebra escolar

Creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra escolar. Errores y dificultades frecuentes durante el estudio del Álgebra escolar. Relación entre los aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento algebraico con los detectados en las prácticas de aprendizaje de los estudiantes. Recursos y materiales para la enseñanza de los conocimientos del Álgebra Escolar. Estrategias de enseñanza y aprendizaje del Álgebra escolar desde la teoría y la práctica.

Diseño de propuestas de enseñanza de conocimientos del Álgebra escolar (se refiere al diagnóstico, planteamiento, materiales, recursos, representaciones, modelos, tratamiento de errores, evaluación formativa, evaluación sumativa, en nuestro contexto educativo).

TEMA 5: Didáctica del Álgebra como área de estudio

Temáticas de investigación: temas y problemas de investigación. Investigadores, obras y sus contribuciones relevantes.

IV. METODOLOGÍA

Didáctica del Álgebra debe conjugar los componentes teórico y práctico sobre la actividad matemática escolar algebraica, su enseñanza y su aprendizaje. Ofrece al estudiante un espacio para analizar el Álgebra escolar desde sus dimensiones histórica–epistemológica–fenomenológica y didáctico–matemática. Dado que estos análisis convergen al diseño, implementación y análisis de una propuesta de enseñanza, el docente debe resaltar cómo contribuye a dicho trabajo cada una de las estrategias metodológicas de este curso. Además, debe vigilar que dichas contribuciones sean evidentes en el trabajo que van realizando los estudiantes.

En las siguientes descripciones se escribe entre paréntesis “(obligatorio)” cuando este sea el estatus de la estrategia metodológica que se esboza para cualquier implementación de este programa.

Componente teórico

- ✓ Discusiones guiadas por parte del docente para que los estudiantes exploren y analicen sus propias creencias sobre la naturaleza de las matemáticas, en particular del Álgebra, y sobre su proceso de enseñanza y aprendizaje. Este tipo de intercambios deben efectuarse a lo largo del ciclo, según el tema que se esté abordando y deben ser registrados por cada alumno de forma escrita.
- ✓ Estudio de literatura sobre fenomenología didáctica, historia y epistemología del Álgebra. Se sugiere que los estudiantes se distribuyan en grupos, a cada uno asignarle una temática con preguntas claves que deban contestar y una referencia bibliográfica como punto de partida¹. Los alumnos deberán investigar más referencias para realizar la tarea solicitada. Esta estrategia metodológica también se recomienda para el análisis de bibliografía (informes de investigación, capítulos de libros) sobre modelos y representaciones que se proponen usualmente en el Álgebra escolar; errores o aspectos que podrían inducir a errores sobre el Álgebra escolar; estrategias de enseñanza y aprendizaje más comunes de los conocimientos del Álgebra escolar; y para la indagación sobre temas y problemáticas de investigación, autores, sus obras y contribuciones en Didáctica del Álgebra.

1 Una opción de las temáticas a distribuir es: (1) El uso de la historia en la Didáctica, (2) Procesos de solución en Babilonia, numerosidad de Pitágoras y la geometría de las magnitudes de Euclides, (3) La Arithmetica de Diofanto y los aportes de Al-Kawarizmi al desarrollo del Álgebra, (4) Los aportes de Viète, Descartes, Targaglia y Cardano al desarrollo del Álgebra, (5) Álgebra abstracta, (6) Obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico y (7) Fenomenología didáctica del Álgebra.



- ✓ Análisis de libros de texto por parte de los estudiantes para determinar la presencia y el uso dado a referencias fenomenológicas e históricas del Álgebra; así como justificar su pertinencia y realizar sugerencias que potencien el uso didáctico de elementos fenomenológicos e históricos (**obligatorio**)
- ✓ Análisis del conocimiento algebraico escolar: jerarquías conceptuales y procedimentales. El análisis también se sugiere como estrategia para contrastar los conocimientos algebraicos formales con los escolares: valorar la transposición didáctica de los saberes a enseñar (semejanzas, diferencias, carácter implícito, explícito, utilidad y pertinencia del conocimiento matemático formal) (**obligatorio**)
- ✓ Análisis de referencias bibliográficas como fuente para plantear un listado de conjeturas sobre cómo se enseña o cómo se aprende el tema de Álgebra escolar que posteriormente observarán. Este estudio *a priori* servirá de referencia para analizar lo observado (**obligatorio**)
- ✓ Síntesis escritas realizadas por los estudiantes en la pizarra, al cierre de las discusiones en clase.
- ✓ Entrevistas a docentes que complementen la información bibliográfica indagada (se sugiere para las jerarquías conceptuales de los temas algebraicos escolares, modelos y representaciones comunes, errores y dificultades frecuentes, recursos y materiales adecuados para la enseñanza de temas algebraicos o estrategias de enseñanza y estrategias de aprendizaje).(**obligatorio**)
- ✓ Exposiciones orales de los estudiantes que orienten las discusiones en torno a los resultados de tareas de indagación bibliográfica y de campo.

Componente práctico

- ✓ Observaciones y análisis de clase sobre cómo enseña un docente un determinado tema de Álgebra escolar. (**obligatorio**)
- ✓ Observaciones y análisis de clase sobre cómo aprenden unos estudiantes un tema de Álgebra escolar. (**obligatorio**)

- ✓ Diseño, implementación y análisis de una estrategia de enseñanza de un conocimiento del Álgebra escolar. Todos los estudiantes, al menos en parejas, deben realizar el diseño de sesiones de trabajo con alumnos sobre el estudio de un tema del Álgebra escolar. Este debe contemplar todos los elementos que defina el profesor del curso (incluyendo al menos: diagnóstico, contenidos -conceptuales, procedimentales, actitudinales- procesos matemáticos, evaluación formativa, evaluación sumativa) y ser aplicable en un contexto educativo costarricense. La implementación debe realizarse bajo supervisión y su valoración debe registrarse de forma escrita tanto por el supervisor como por el alumno.
- ✓ Observación y valoración del trabajo realizado por los estudiantes durante la implementación de al menos un diseño elaborado en el curso. **(obligatorio)**

En este curso los estudiantes deben realizar las tareas didáctico-matemáticas que se desglosan abajo para distintos temas del Álgebra escolar², por lo que debe aplicarse una metodología *rotativa*.

Tareas Didáctico-Matemáticas

1	Construir jerarquías conceptuales de los conceptos previos del <i>tema</i> .
2	Establecer las conexiones del <i>tema</i> con otras áreas matemáticas y extramatemáticas.
3	Contrastar los conocimientos algebraicos formales del <i>tema</i> con los conocimientos escolares.
4	Determinar la pertinencia del <i>tema</i> (presencia en el curriculum y nivel en el que se encuentra).
5	Establecer los modelos y representaciones más usuales en el <i>tema</i> .
6	Inventariar los errores o aspectos que podrían inducir a errores sobre el <i>tema</i> .
7	Describir las estrategias de enseñanza y aprendizaje más comunes del <i>tema</i> .
8	Determinar la pertinencia de las estrategias descritas de enseñanza y aprendizaje del <i>tema</i> .
9	Observar cómo un docente enseña el <i>tema</i> .
10	Observar cómo estudiantes aprenden el <i>tema</i> .
11	Diseñar un instrumento (diagnóstico) que valore los conocimientos previos de los estudiantes que estudiarán el <i>tema</i> .

² Según los contenidos de este Programa, se sugieren la siguiente distribución en seis grupos: (1) variable, constante, representación algebraica, expresiones algebraicas –concepto, clasificación-, valor numérico; (2) monomios –concepto, operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división- potenciación, racionalización de denominadores de monomios; (3) Polinomios –concepto, operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división-, potenciación; (4) Factorización –factor común, grupos, productos notables, inspección, completar cuadrados, fórmula general; (5) Ecuaciones –primer y segundo grado-; (6) Inecuaciones –primer y segundo grado y; (7) Fracciones algebraicas (concepto, operaciones).

12	Determinar indicadores específicos de aprendizaje del <i>tema</i> .
13	Construir estrategias de evaluación formativa del <i>tema</i> .
14	Diseñar una estrategia de enseñanza del <i>tema</i> .
15	Aplicar y analizar una estrategia de enseñanza del <i>tema</i> .
16	Diseñar una estrategia de evaluación sumativa del <i>tema</i> .
17	Construir jerarquías conceptuales de los conceptos previos del <i>tema</i> .

Para aplicar una estrategia rotativa deben distribuirse los estudiantes en siete grupos. Cada grupo realizará las dos primeras tareas de la lista anterior para uno de los siete temas del Álgebra escolar en estudio. Las dos siguientes tareas estarán a cargo de otro grupo, por lo que éste tiene la responsabilidad de estudiar el material que el equipo anterior generó. Esta última dinámica se aplica sucesiva y cíclicamente, hasta completar las tareas a realizar durante el curso. Está claro que en la descripción anterior, el número de grupos y la cantidad de tareas didáctico-matemático por grupo deberán adaptarse a las características de cada clase.

La siguiente tabla ejemplifica una posible distribución de las temáticas del Álgebra escolar por fechas, según las tareas didáctico-matemáticas:

	Fecha 1	Fecha 2	Fecha 3	...
	(1-2) JERARQUÍAS CONCEPTUALES Y CONEXIONES	(3-4) CONOCIMIENTOS ALGEBRAICOS FORMALS Y ESCOLARES	(5) MODELOS Y REPRESENTACIONES USUALES	...
Grupo 1	<i>Concepto de variable, etc.</i>	<i>Fracciones algebraicas</i>	<i>Inecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	...
Grupo 2	<i>Monomios (concepto y operaciones)</i>	<i>Concepto de variable, etc.</i>	<i>Fracciones algebraicas</i>	...
Grupo 3	<i>Polinomios (concepto y operaciones)</i>	<i>Monomios (concepto y operaciones)</i>	<i>Concepto de variable, etc.</i>	...
Grupo 4	<i>Factorización (concepto y métodos)</i>	<i>Polinomios (concepto y operaciones)</i>	<i>Monomios (concepto y operaciones)</i>	...
Grupo 5	<i>Ecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	<i>Factorización (concepto y métodos)</i>	<i>Polinomios (concepto y operaciones)</i>	...
Grupo 6	<i>Inecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	<i>Ecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	<i>Factorización (concepto y métodos)</i>	...
Grupo 7	<i>Fracciones algebraicas</i>	<i>Inecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	<i>Ecuaciones (lineales y cuadráticas)</i>	...

Tabla 1: Cronograma según estrategia metodológica rotativa para el estudio del Álgebra escolar.

Al leer horizontalmente las entradas de la tabla a partir de la tercera fila, se evidencia que un mismo grupo habrá trabajado al menos una tarea didáctico-matemática para un tema del Álgebra escolar.

V. EVALUACIÓN

Se recomienda evaluar a los estudiantes a partir de su desempeño en productos tales como:

Componente teórico

- ✓ Reportes escritos u orales de hallazgos y análisis bibliográficos.
- ✓ Informe sobre las referencias fenomenológicas e históricas del Álgebra en libros de texto.
- ✓ Esquemas de las jerarquías conceptuales y procedimentales de los conocimientos de Álgebra escolar.
- ✓ Informe sobre el contraste entre los conocimientos algebraicos formales y los escolares.
- ✓ Tabulación y análisis de entrevistas a docentes.
- ✓ Resúmenes que apoyen las sesiones de discusión y que los estudiantes deberán completar según lo discutido en clase.
- ✓ Indicadores de aprendizaje de un tema del Álgebra escolar.
- ✓ Carpeta que recopile los reportes o informes, resúmenes, indicadores, esquemas, tabulaciones y análisis realizados durante el curso. Ésta debe incluir los esquemas de las jerarquías conceptuales y procedimentales de todos los conocimientos del Álgebra escolar; así como los indicadores de aprendizaje de todos los temas del Álgebra escolar.

Componente práctico

- ✓ Reporte escrito de observaciones a docentes.
- ✓ Reporte escrito de observaciones a estudiantes.
- ✓ Reportes del diseño, implementación y análisis de la estrategia de enseñanza elaborada para un tema del Álgebra escolar.
- ✓ Reporte escrito de la observación del trabajo realizado por los estudiantes que implementaron un diseño elaborado en el curso.
- ✓ Comprobante de la puesta en práctica del diseño firmado por el supervisor.
- ✓ Carpeta que recopile los reportes referentes al componente práctico.

Durante *Didáctica del Álgebra* el estudiante debe cumplir con al menos 18 horas de práctica, distribuidas de la siguiente forma: 7 horas de observación a un docente autorizado por el encargado del curso, 5 horas de observación a estudiantes, 6 horas de implementación del diseño. Este número de horas no incluye cualquier otro tipo de práctica que los estudiantes deban o consideren oportuno hacer, por ejemplo entrevistas a docentes o estudiantes.

VI. BIBLIOGRAFÍA

1. Alonso, F., Barbero, C., Fuentes, I., Azcárate, A., Dozagarat, J., Gutiérrez, S., Ortiz, M., Rivière, V. y da Veiga, C. (1993). **Ideas y actividades para enseñar Álgebra**. España: Síntesis.
2. Godino, J., Castro, W., Aké, L. y Wilhelmi, M. (2012). **Naturaleza del razonamiento algebraico elemental**. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 26 (42B), 483 – 511.
3. Godino, J. y Font, V. (2003). **Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros**. España: Proyecto Edumat-Maestros.
4. Kieran, C. y Filloy, E. (1989). **El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica**. *Enseñanza de las Ciencias*, 7 (3), 229 – 240.
5. Malisani, E. (1999). **Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico**. *Revista IRICE*, (13).
6. MEP (2012). **Programas de Estudio en Matemáticas**. Costa Rica.
7. Ministerio de Educación (2007). **Matemática. Serie 2 para docentes de Secundaria. Didáctica de la Matemática. Fascículo 2: Aspectos metodológicos en el aprendizaje del Álgebra en secundaria**. Perú: El Nocedal.
8. Olfos, R., Soto, D. y Silva, H. (2007). **Renovación de la enseñanza del Álgebra elemental. Un aporte desde la didáctica**. *Estudios Pedagógicos*, 33 (2), 81 – 100.
9. Palarea, M. y Socas, M. (1994). **Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico**. *I Seminario Nacional sobre lenguaje y matemáticas*. España. Consultado en: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf>
10. Sessa, C. (2005). **Iniciación al estudio didáctico del Álgebra. Orígenes y perspectivas**. Argentina: Zorzal.
11. Socas, M., Camacho, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1996). **Iniciación al Álgebra**. España: Síntesis.
12. Sierra, G. (2010). **Didáctica del Álgebra. Álgebra, recursos, didáctica**. España. Consultado en: http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_26/GUILLERMO_SIERRA_TORTOSA.pdf