

## PROGRAMA DEL CURSO

### Curso: MA-0006 CONJUNTOS NUMÉRICOS

**Nivel:** II Ciclo

**Tipo de Curso:** Teórico

**Créditos:** 4

**Requisitos:** MA-0002 Álgebra Elemental, MA-0003 Fundamentos de la Matemática

**Co-requisitos:** MA-0005 Introducción a las funciones

**Horas presenciales:** 5

#### I. DESCRIPCIÓN

---

En este curso se estudian los conjuntos numéricos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Q}$ , y sus principales propiedades; así como un acercamiento al tratamiento didáctico de estos temas en la educación secundaria. No se hace una construcción formal de los conjuntos numéricos, pero sí se trabaja mucho en caracterizarlos. Se procura favorecer la comprensión de la matemática formal y el desarrollo de la habilidad de argumentar matemáticamente de manera apropiada, considerando éstos pilares que apoyan la toma de decisiones didáctico matemáticas, que es la tarea central del educador matemático.

#### II. OBJETIVOS

---

Durante el desarrollo del curso el estudiante debe ser capaz de:

1. Aplicar los axiomas de Peano, la definición de la suma y la multiplicación en  $\mathbb{N}$  en la demostración de algunas propiedades algebraicas de los números naturales.
2. Determinar, mediante un razonamiento inductivo, fórmulas que satisfacen algunos números naturales.
3. Demostrar propiedades algebraicas de los números naturales aplicando los principios de inducción.
4. Explicar las principales características y aplicaciones de los sistemas Maya de numeración romano, hindú-arábigo, binario, entre otros.



5. Operar con números expresados en diversas bases.
6. Deducir y demostrar las propiedades algebraicas de los números enteros, a partir de los números naturales.
7. Demostrar los principales resultados en relación con la divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ .
8. Deducir y demostrar las propiedades de los números racionales, a partir de los números enteros.
9. Explicar, desde la óptica histórica, la aparición y construcción de los conjuntos numéricos  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Q}$ .
10. Caracterizar la evolución histórica de los conjuntos numéricos: modos de expresar y entender los conceptos asociados y las obras significativas en cada uno de los momentos relevantes.

### III. CONTENIDOS

---

#### **TEMA 1: Conjunto de los números naturales**

Axiomas de Peano. Estructura de  $\mathbb{N}$  como semianillo conmutativo con elemento unidad. Operaciones definidas en  $\mathbb{N}$  y sus propiedades. Principio de Inducción Matemática y Axioma del Buen Orden en  $\mathbb{N}$ . Representación de  $\mathbb{N}$  en la recta. Insuficiencia de  $\mathbb{N}$  para la resolución de ecuaciones elementales. Sistemas de Numeración en  $\mathbb{N}$ , bases, cambios de base.

#### **TEMA 2: Conjunto de los números enteros**

Operaciones en  $\mathbb{Z}$  y sus propiedades. Estructura de  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  como anillo conmutativo con elemento unidad. Relación de orden en  $\mathbb{Z}$ . Representación lineal de  $\mathbb{Z}$ . Leyes de signos.

Números positivos y negativos  $(\mathbb{Z}^+, \mathbb{Z}^-)$ . Valor absoluto y distancia en  $\mathbb{Z}$ .  $\mathbb{N}$  como subconjunto de  $\mathbb{Z}$ . Insuficiencia de  $\mathbb{N}$  para la resolución de ecuaciones elementales. Valor absoluto. Teoría de números: Algoritmo de la división en  $\mathbb{Z}$ . Máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Factores de un número entero. Números primos y compuestos. Números primos relativos, descomposición primaria, divisibilidad en  $\mathbb{Z}$ .



### TEMA 3: Conjunto de los números racionales

Estructura de  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  como cuerpo conmutativo. Propiedades de las operaciones en  $\mathbb{Q}$ . Relación de orden en  $\mathbb{Q}$ . Representación de  $\mathbb{Q}$  Intervalos en  $\mathbb{Q}$ . Insuficiencia de  $\mathbb{Q}$ . Expresión decimal de los números racionales: expresiones decimales exactas, periódicas puras y periódicas mixtas. Caracterización de las expresiones decimales a partir de los factores del denominador del representante canónico. Los conjuntos  $\mathbb{Q}_d$  y  $\mathbb{Q}_p$  como subconjuntos de  $\mathbb{Q}$ . Densidad, numerabilidad. Potenciación en  $\mathbb{Q}$ . Potencias enteras de un número racional. Leyes de potencias.

### TEMA 4: Historia de los conjuntos numéricos

Momentos relevantes: Matemática egipcia: fracciones unitarias, escritura de las fracciones mediante fracciones unitarias. Sistemas de numeración. Razones entre cantidades geométricas, segmentos de longitud inconmensurables: Libro X de los Elementos de Euclides, las paradojas de Zenón, tratamiento de los irracionales por los hindúes y árabes. Obras significativas en cada uno de los momentos relevantes. Modos de expresar y concebir los conceptos asociados con conjuntos numéricos durante cada uno de los momentos relevantes. Aciertos y obstáculos en la construcción de los conjuntos numéricos.

## IV. METODOLOGÍA

---

Con el propósito de justificar la necesidad de las sucesivas ampliaciones de los diferentes conjuntos numéricos estudiados, se plantea la resolución de ecuaciones elementales en cada uno de estos conjuntos, así como problemas geométricos concretos o progresiones aritméticas, con numerosos ejemplos en célebres problemas de la antigua Grecia.

Así, por ejemplo, el conjunto de los números enteros se puede tratar formalmente como una extensión aritmética de los números naturales, para el cual la sustracción está bien definida. Por su parte, el conjunto de los números racionales se puede introducir con cualquier ecuación cuya solución sobrepase a los enteros.

En el segmento histórico se debe trabajar muy bien los problemas que dieron origen a cada conjunto numérico. Al respecto el profesor debe orientar a los estudiantes en la búsqueda y estudio de la información. Sobre todo información que sea comprensible de acuerdo con el nivel matemático de los estudiantes y de utilidad para reflexionar sobre el quehacer del futuro docente.

Se recomiendan como temas de exposición:

- Sistemas de numeración: maya egipcio, etc.
- Bases de numeración
- Libro X de los Elementos de Euclides
- Las paradojas de Zenón
- Tratamiento de los irracionales por los hindúes y árabes
- Relación entre irracionales y radicales

## V. EVALUACIÓN

---

Se recomienda valorar el desempeño de los estudiantes mediante su trabajo en: exámenes parciales, tareas, quices y una exposición en grupos.

## VI. BIBLIOGRAFÍA

---

- 1) Apóstol, T. (2009). **Análisis Matemático**. Segunda edición. Editorial Reverté, España.
- 2) Apóstol, T. (2010) **Calculus**. Segunda edición, Vol. I y II. Editorial Reverté, España.
- 3) Bartle, R. y D. Sherbert. (2004) **Introducción al Análisis Matemático de una Variable**. Segunda edición, Editorial Limusa-Wiley, México.
- 4) Hofmann, J. (2005). **Historia de la Matemática**. Tercera edición, Editorial Limusa, México.
- 5) Rudin, W. (1980). **Principios de Análisis Matemático**. Tercera edición, Editorial McGraw-Hill, México.
- 6) Spivak, M. (1988). **Calculus**. Segunda Edición, Editorial Reverté, México.
- 7) Sprecher, D. (1987). **Elements of Real Analysis**. Editorial Dover, New York.