

## PROGRAMA DEL CURSO

### Curso: MA-0005 INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES

**Nivel:** II Ciclo

**Requisitos:** MA-0002 Algebra  
Elemental, MA-0003 Fundamentos de  
la Matemática

**Tipo de Curso:** Teórico

**Co-requisitos:** MA-0006  
Conjuntos numéricos

**Créditos:** 4

**Horas presenciales:** 5

#### I. DESCRIPCIÓN

---

El concepto de función es uno de los más importantes de la matemática. El desarrollo científico, incluyendo la matemática misma, de los últimos siglos sería imposible sin esta noción. El propósito de este curso es estudiar el tema funciones desde una perspectiva introductoria a la formalización matemática, sin que esto signifique dejar de lado los procesos o hechos que le dieron origen y sentido al mismo y que son los que permiten al estudiante dotarlo de significado y utilidad. Los conceptos de este curso se abordan desde tres dimensiones: fundamental (demostraciones y argumentos que justifiquen y expliquen los procedimientos o proposiciones estudiadas en clase), procedimental (técnicas matemáticas para resolver tareas típicas o estandarizadas) y de aplicación (problemas que requieran la aplicación de los procedimientos y la movilización de conceptos estudiados).

#### II. OBJETIVOS

---

Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

1. Enunciar, interpretar y aplicar los conceptos de: relación, relación de orden, relación de equivalencia, clases de equivalencia, conjunto cociente.
2. Enunciar, interpretar y aplicar los conceptos de: función, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, imagen inversa y directa de un conjunto, función creciente, función decreciente, función inyectiva, función sobreyectiva y biyectiva, composición de funciones, función invertible.

3. Demostrar teoremas o propiedades que involucran los conceptos de función creciente, función decreciente, función inyectiva, función sobreyectiva y biyectiva, composición de funciones, función invertible.
4. Sumar, restar, multiplicar, dividir y componer funciones e identificar el dominio.
5. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, simetrías, compresiones y elongaciones) gráficas de criterios que involucran: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
6. Interpretar gráficas de funciones lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
7. Resolver problemas que requieran la aplicación de una función lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
8. Resolver algebraica y gráficamente ecuaciones e inecuaciones exponenciales, logarítmicas o trigonométricas, aplicando las propiedades o identidades básicas.
9. Interpretar y aplicar los conceptos de razones, ángulos en posición estándar, ángulos coterminales, identidades trigonométricas, funciones trigonométricas de ángulos: de seno y coseno, tangente y cotangente, círculo trigonométrico.
10. Caracterizar la evolución histórica de las funciones: modos de expresar y entender los conceptos asociados y las obras significativas en cada uno de los momentos relevantes.
11. Elaborar un reporte con base en las discusiones en clase sobre historia de la matemática y los errores más comunes conceptuales y procedimentales.

### III. CONTENIDOS

---

#### **TEMA 1: Relaciones**

Concepto de: relación binaria, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, inversa. Relación de orden. Relación de equivalencia. Clases de equivalencia. Conjunto cociente.

#### **TEMA 2: Funciones**

Definiciones básicas: función, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen. Imagen directa e inversa de un conjunto bajo una función. Funciones creciente y decreciente. Funciones inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Función inversa.

### **TEMA 3: Funciones Algebraicas**

Función: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada. Álgebra de funciones. Composición de funciones. Gráficas estándar y trazado mediante transformaciones: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada. Problemas de aplicación

### **TEMA 4: Función Exponencial y Función Logarítmica**

Definiciones y propiedades básicas de la función exponencial y de la logarítmica. Trazado e interpretación de gráficas. Ecuaciones e inecuaciones exponenciales y Logarítmicas. Problemas de aplicación.

### **TEMA 5: Funciones Circulares**

Nociones básicas de trigonometría: razones, ángulos en posición estándar, ángulos coterminal. Identidades trigonométricas. Funciones trigonométricas de ángulos de un triángulo: seno y coseno, tangente y cotangente. Círculo trigonométrico. Problemas de aplicación. Trazado e interpretación de gráficas. Funciones trigonométricas inversas. Ecuaciones e inecuaciones trigonométricas. Problemas de aplicación.

### **TEMA 6: Historia de las funciones**

Momentos relevantes: Edad Antigua: bases del concepto de función, Babilonia: avances en astronomía, Grecia: diferencia entre número y magnitud, Ptolomeo: tabla de cuerdas de la función seno, en la Edad Media: Nicolás Oresme y en la Edad Moderna: Descartes. Obras significativas en cada uno de los momentos relevantes.

## **IV. METODOLOGÍA**

---

Las clases presenciales combinarán la clase magistral con trabajo en grupos para resolución de problemas, comentarios y discusiones de artículos de historia.

Dado que paralelo a este curso los estudiantes inician el estudio formal de la temática Didáctica de la Matemática y que este curso trata un tema de interés central en la formación matemática en la educación secundaria y de histórica dificultad para profesores y estudiantes, es muy importante que se dediquen espacios que propicien la reflexión sobre elementos didácticos relacionados con los temas matemáticos del curso. Por ejemplo, analizar los objetos matemáticos escolares propios del tema en estudio y los conocimientos previos con los cuales éstos se relacionan. De esta manera, se contribuye, a un nivel básico, en la formación profesional de futuros docentes de matemática en secundaria.

Además se propone, que antes de iniciar el tema algunos estudiantes relaten sobre su experiencia en la secundaria con el tema de funciones ¿Cómo fue la introducción que hizo el profesor? ¿Qué conceptos le resultaron más extraños? ¿Cuáles fueron las mayores dificultades? Durante estas reflexiones el docente debe trabajar con los estudiantes, formas de registrar en un reporte los errores o dificultades comunes y si es posible su origen o explicación del mismo; se entiende que este último ejercicio lo harán los estudiantes desde sus propias explicaciones ingenuas o no, pero muy válidas para efectos de la formación didáctico-matemática.

No se debe promover el aprendizaje de conceptos independientes o aislados, sino insistir en la conexión y sentido entre ellos. Resulta de absoluta necesidad promover un trabajo intenso en resolución de problemas que permitan la conexión entre los conceptos y su aplicación. Durante los espacios de discusión de la solución de los problemas se debe insistir en hacer explícito los conceptos y procedimientos empleados, además del trabajo heurístico que se realizó previo a la solución. Es muy importante realizar con los estudiantes el ejercicio de modificar las condiciones, datos o preguntas en los problemas planteados para estimular, en los estudiantes la deducción, el trabajo de ensayo y error, el sentido matemático y el extra matemático de un problema, entre otros.

El trabajo de escritura, lectura y expresión oral en matemáticas se debe trabajar de manera sistemática y continua, atendiendo a las formas de comunicar y validar el conocimiento matemático en la comunidad matemática.

Con respecto a las aplicaciones; la función lineal debe modelar fenómenos que varían directa o inversamente proporcional a una variable, la cuadrática debe estar presente en problemas de optimización en ventas, problemas de rendimiento, y problemas de caída libre. La función exponencial debe mostrar el modelaje de fenómenos como: crecimiento de poblaciones, Ley de Newton de enfriamiento, presión atmosférica, problemas de interés en economía. El trabajo anterior puede ser apoyado con el uso pertinente de la tecnología.

Para el trazado e interpretación de gráficas se sugiere apoyar el trabajo con software matemáticos que permiten no solo optimizar el tiempo de clase o estudio, sino también favorecer actividades mentales como la representación y la transformación mental. Se recomiendan actividades como:

1. Representar funciones combinando las formas: Verbal, numérica, gráfica y algebraica
2. Resolver ecuaciones e inecuaciones con el uso de las gráficas.
3. Trazar gráficas lineales, cuadrática, cúbicas, con valor absoluto, racionales, raíces, exponenciales, logarítmicas o trigonométricas, usando software que ilustren transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, simetrías, compresiones y elongaciones).



Si bien es fundamental en este y todos los cursos de matemáticas formales la presentación axiomática, concisa, coherente y suficiente de la matemática, dejarla ahí significa no apreciar la labor a lo largo de años o siglos, necesaria para la evolución del pensamiento matemático. Conocer sobre los problemas que motivaron el nacimiento de las ideas, el desarrollo de los conceptos, los cambios de la notación, permite entender la matemática como un proceso constructivo. En este sentido, se considera importante analizar la evolución del concepto de función en el curso, porque ejemplifica bien este proceso.

Para este curso se recomienda el estudio del libro “Historia y Evolución del concepto de función” que los estudiantes pueden complementar con otra literatura. Sin embargo, considerando el nivel de los estudiantes puede resultar una buena estrategia la lectura guiada del mismo y su discusión semanal. El profesor puede detectar aspectos relevantes de la historia y asignar por semana los estudiantes responsables de ampliar al respecto.

## **V. EVALUACIÓN**

---

Se propone valorar el desempeño de los estudiantes mediante productos tales como:

- 1) Exámenes parciales teóricos y prácticos (con uso de la tecnología).
- 2) Memoria escrita de las discusiones realizadas en la clase sobre la historia de las funciones y los errores o dificultades en el estudio de los temas del curso.
- 3) Comentar intervenciones de otros estudiantes que resultaron interesantes, novedosos o aclaratorias.
  - Refutar con argumentos las intervenciones de otros.
  - Exponer ideas propias que fueron maduradas después de las discusiones.

Se recomienda solicitar una memoria corta pero debe poseer un peso significativo en la nota final.

## VI. BIBLIOGRAFÍA

---

- 1) Arias F., Barrantes H. **Introducción a la Matemática formal desde las Funciones**. Editorial UCR.
- 2) Barahona, M (1992). **Historia y Evolución del Concepto de Función**. San José, Costa Rica: Librería Francesa.
- 3) Blanco R., Sancho, L. (2012). **Matemática para la Enseñanza Media, Ciclo Diversificado, Teoría y Ejercicios**. Editorial UCR.
- 4) Spivak, M (1996). **Cálculo Infinitesimal**. Editorial Reverté, S.A. México.
- 5) Swokowski E., Cole J. (2004). **Álgebra y trigonometría con geometría analítica**. Editorial Thompson.