



## MA-0017 Didáctica de las Funciones

### CARTA AL ESTUDIANTE

II Ciclo – 2020

<b>Nivel:</b> IV Ciclo	<b>Requisitos:</b> MA-0012, MA-0010, MA-0014
<b>Tipo de Curso:</b> Teórico- Práctico	<b>Co-requisitos:</b> PS-1080
<b>Créditos:</b> 4	<b>Horas de dedicación semanal:</b> 12

Estimado estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0017 Didáctica de las Funciones. En este documento encontrará información sobre los aspectos principales del curso que usted debe de conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso e información sobre el profesor.

### **I. DESCRIPCIÓN**

Este curso pretende que el futuro educador matemático desarrolle competencias didácticas asociadas a la enseñanza y el aprendizaje del tema *Funciones*. A partir del componente teórico desarrollado en el curso, el futuro educador construirá su conocimiento didáctico que luego implementará en sus clases, en aras de potenciar las competencias matemáticas de sus estudiantes, específicamente en el estudio de las funciones.

El curso pretende integrar la formación dada en los primeros años de la carrera (didáctica del álgebra, didáctica de la geometría, evaluación, matemática), y el uso de diversas tecnologías digitales. Las actividades propuestas, demandarán saberes y saberes-hacer matemáticos aprendidos en los cursos MA-0012, MA-0010, MA-0014 y se complementarán, de forma paralela, con los del curso MA-0036.

Para este II Ciclo del 2020, se utilizará la plataforma de Mediación Virtual (<https://mv2.mediacionvirtual.ucr.ac.cr/>) para el desarrollo total del curso, por tanto, el nivel de virtualidad será 100% virtual.

Sobre el perfil profesional del futuro educador según la numeración presente en el plan de estudios, este curso brindará al futuro profesional los siguientes conocimientos, habilidades y actitudes:

## *CONOCIMIENTOS*

2. Conoce el lenguaje matemático que le permite expresarse con rigor.
3. Comprende los conceptos centrales de los tópicos de matemática que le permitirán construir el conocimiento didáctico de los temas propuestos en los programas de matemática del sistema educativo costarricense.
4. Establece relaciones entre las diferentes áreas de la matemática propuestas para la educación primaria, secundaria y primeros cursos universitarios para otras carreras.
6. Conoce aspectos teóricos y prácticos sobre métodos y estrategias para plantear y resolver problemas matemáticos.
11. Reconoce el papel fundamental del saber matemático en el estudio y análisis de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática escolar.
12. Construye redes entre conceptos y procedimientos dentro de un área de la matemática o entre varias de ellas según los programas escolares.
13. Explica la distancia epistemológica entre los conocimientos matemáticos formales y los conocimientos matemáticos escolares.
14. Establece criterios de selección, planeamiento y análisis de situaciones de aprendizaje considerando los contextos educativos, las posibilidades de innovación y las teorías propias de su disciplina.
15. Planifica, diseña e implementa experiencias de aprendizaje que evidencian cómo los estudiantes transforman la información en conocimiento, cómo la emplean en la resolución de problemas y en la generación de nuevos conocimientos.
16. Valora mediante criterios objetivos el uso y pertinencia de las TIC como herramientas de apoyo de los procesos de gestión de la clase y de aprendizaje de la matemática escolar.
18. Interpreta el desempeño matemático de sus estudiantes desde criterios previamente establecidos, con base en las demandas de formación matemática.
19. Valora su práctica docente desde criterios extraídos de la investigación y la experiencia propia o de otros.

## *HABILIDADES*

3. Utiliza apropiadamente los procedimientos matemáticos y los adapta a los diferentes contextos y tareas propuestas.
5. Usa las diferentes representaciones de los objetos matemáticos según lo requiera el problema planteado.
6. Supervisa y orienta los procesos de razonamiento y comunicación de los estudiantes durante su trabajo matemático.
10. Explica cómo se ha construido el conocimiento matemático (conceptos, teorías y procedimientos matemáticos).
11. Planifica, diseña e implementa experiencias de aprendizaje que evidencian cómo los estudiantes transforman la información en conocimiento, cómo la emplean en la resolución de problemas y en la generación de nuevos conocimientos.
12. Diseña situaciones de aprendizaje que dan una visión correcta de la matemática su teoría y método.
13. Establece criterios para la organización, desarrollo y control del trabajo de aula sobre temas matemáticos, extra-matemáticos o bien escolares en general.
14. Muestra dominio de las habilidades de comunicación verbal y escrita como una herramienta para lograr una mejor gestión de las clases, trabajo con sus colegas, asesorías y procesos de investigación.

15. Implementa experiencias de aprendizaje que evidencian el uso del contexto en el que los estudiantes se desempeñan, y de la realidad como una de las fuentes del quehacer matemático.
18. Desarrolla en sus estudiantes la habilidad de detectar, analizar y plantear estrategias de corrección de sus errores (conceptuales, procedimentales o de lenguaje) más comunes en los diferentes tópicos de matemáticas escolares.

### *ACTITUDES*

4. Reconoce la importancia del trabajo en equipo como la vía de socialización de sus problemas, aciertos en su quehacer docente así como la mejor forma de lograr propuestas de innovación.
5. Reconoce el trabajo en equipo interdisciplinario (psicología, ciencias, etc.) como la mejor alternativa para recopilar conocimiento y mejorar su práctica.
6. Valora positiva y necesaria la actualización constante en sus conocimientos y habilidades profesionales.
9. Utiliza el trabajo cooperativo de aprendizaje matemático para propiciar entre los estudiantes la sana convivencia, el intercambio respetuoso de las ideas y el valor de la construcción conjunta del conocimiento.
10. Promueve en sus estudiantes la reflexión sobre el valor del conocimiento matemático como acto de creación, perseverancia y su utilidad en la solución de problemas diversos.

## **II. OBJETIVOS**

---

Durante este curso el estudiante será capaz de:

1. Analizar sus creencias o concepciones sobre procesos de enseñanza y de aprendizaje en la educación secundaria relacionados con el tema de Funciones.
2. Describir los obstáculos epistemológicos en el desarrollo y evolución del concepto de función.
3. Determinar aspectos fenomenológicos presentes en la enseñanza y aprendizaje de las Funciones.
4. Analizar las jerarquías conceptuales y procedimentales de los contenidos afines a las Relaciones y las Funciones según el Programa de Matemáticas del MEP.
5. Contrastar los conocimientos formales relacionados con Relaciones y las Funciones con los contenidos escolares.
6. Determinar los modelos y representaciones que se proponen usualmente en el estudio de los temas Relaciones y las Funciones.
7. Determinar los factores que inciden o promueven la presencia de dificultades y errores comunes en los alumnos durante el estudio de conceptos, procedimientos y aplicaciones vinculadas con las Relaciones y las Funciones.
8. Diseñar, implementar y analizar una estrategia de enseñanza de alguno de los temas de educación secundaria relacionados con las Funciones.
9. Describir las temáticas de investigación que se han abordado en Didáctica de las Funciones.
10. Enunciar posibles preguntas de investigación didáctico - matemáticas derivadas del análisis de las prácticas escolares de otros docentes y la propia, relacionadas con las Funciones.

### **III. CONTENIDOS**

---

#### **TEMA 1: Funciones como contenido escolar**

Caracterización del contenido matemático escolar en lo referente a Funciones: variable, constante, variable independiente, variable dependiente, relación, dominio, codominio, ámbito, gráfico, relación, operaciones (suma, resta, producto, cociente y composición), inyectividad, sobreyectividad, biyectividad, crecimiento y decrecimiento, propiedades de algunos tipos (lineales, cuadráticas, raíz cuadrada, exponenciales y logarítmicas). Contraste entre el conocimiento matemático escolar y el conocimiento matemático formal: semejanzas y diferencias.

Jerarquías conceptuales y procedimentales: pertinencia, coherencia y carencia. Representaciones y modelos geométricos, conjuntistas y algebraicos en el tema Funciones.

Errores y dificultades como contenido matemático escolar.

#### **TEMA 2: Fenomenología didáctica de las Funciones**

Contextos sociales, físicos y matemáticos en donde se utilizan los conceptos de relaciones, variable, dependencia funcional y función. Variabilidad cualitativa y cuantitativa. Fenómenos variables discretos o continuos.

#### **TEMA 3: Historia y epistemología de las Funciones**

Edad Antigua: bases del concepto de función, Babilonia: avances en astronomía y tablas numéricas, Grecia: diferencia entre número y magnitud, Ptolomeo: tabla de cuerdas de la función seno; Edad Media: Nicolás Oresme; y Edad Moderna: Galileo, Descartes y Fermat, Newton y Leibniz, Jean Bernoulli y Euler.

Obras significativas en momentos históricos relevantes, así como las formas de expresar y concebir los conceptos asociados con funciones. Relación entre los aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento matemático relacionado con las funciones con los detectados en las prácticas de aprendizaje de los estudiantes.

#### **TEMA 4: Tratamiento didáctico de las Funciones**

Creencias sobre su enseñanza y aprendizaje en el contexto escolar. Recursos y materiales adecuados para la enseñanza y el aprendizaje del tema. Propuestas teóricas de abordaje didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de funciones.

Diseño, implementación y análisis de propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de las funciones en la educación media.

#### **TEMA 5: Didáctica del Análisis**

Su caracterización como áreas de investigación en Didáctica de la Matemática. Temáticas de investigación recientes y principales investigadores. Formas sistemáticas de abordar problemáticas sobre enseñanza y aprendizaje de las Funciones.

Si bien estas temáticas están centradas en contenidos matemáticos relacionados con el tema de Funciones, durante el desarrollo de estos temas y siempre que sea didácticamente oportuno y necesario, se van a establecer relaciones conceptuales y cognitivas con contenidos matemáticos asociados al tema de Conjuntos Numéricos.

## IV. METODOLOGÍA

El diseño metodológico del curso busca desarrollar en los estudiantes aquellas competencias necesarias para integrar elementos teóricos (historia, epistemología, fenomenología, modelos y representaciones, estructura jerárquica de contenidos, entre otros) de la enseñanza y aprendizaje de las funciones en su práctica docente.

Para este II Ciclo del 2020, el curso seguirá un abordaje metodológico virtual desarrollado en el entorno virtual (<https://mv2.mediacionvirtual.ucr.ac.cr/course/view.php?id=15978>) a través del cuál se va a organizar el contenido y las actividades del curso. Además, las clases se van a desarrollar a partir de sesiones sincrónicas y asincrónicas organizadas de la siguiente forma:

<b>Sesión Sincrónica</b>	Lunes	I Parte	de 7:20 a 8:20
		II Parte	de 8:50 a 9:50
	Jueves	I Parte	de 7:00 a 7:50
		II Parte	de 8:00 a 8:50
<b>Sesión Asincrónica</b>	Sesión complementaria semanal		

Las sesiones sincrónicas serán llevadas a cabo mediante la plataforma de videoconferencias ZOOM, serán videograbadas y posteriormente la grabación estará disponible en YouTube. Además, se utilizarán otras herramientas o recursos que sean necesarios para la virtualización del curso y para la comunicación entre el profesor y los estudiantes.

A continuación se detallan diferentes estrategias metodológicas centrales pertenecientes tanto al componente práctico como teórico del curso, que serán desarrolladas:

### *Componente teórico*

1. Análisis de literatura científica relacionada con algunos contenidos del curso (fenomenología, historia, epistemología, representaciones y modelos, entre otros). El componente teórico debe permitir que el estudiante vaya construyendo criterios propios sobre lo pertinente y no a considerar en la enseñanza y el aprendizaje de las Funciones, definir categorías de análisis cuando realice observación de clases, así como establecer indicadores que luego le permitan evaluar su desempeño docente. También se deben plantear potenciales problemas de investigación relacionados con lo analizado y observado, principalmente aquellos que no se encuentren formalmente desarrollados. Se realizarán exposiciones orales (sincrónicas o asincrónicas) de manera individual o grupal, de tal forma que se pueda monitorear el avance que tienen los estudiantes en torno a los resultados de tareas de indagación bibliográfica.
2. Discusiones guiadas por parte del docente para que los estudiantes descubran y analicen sus propias creencias de la enseñanza y aprendizaje de las Funciones, así como las que se derivan de otras fuentes (observaciones de clases, libros de texto, entrevista a docentes, entre otras). Este tipo de intercambios debe efectuarse frecuentemente a lo largo del curso (en foros de discusión o en momentos de discusión colectiva en las

- sesiones sincrónicas), debe ir más allá de un comentario u opinión de lo que se está discutiendo, sino que debe fundamentarse en conocimiento científico y/o pragmático.
3. Mediante el análisis de los programas oficiales de Matemática del Ministerio de Educación Pública se trata de identificar conexiones entre contenidos de Funciones con otros temas, así también determinar la existencia de componentes fenomenológicos y epistemológicos, contrastar los conocimientos formales con los escolares, discutir sobre la secuencia de los contenidos en cuanto a conocimientos previos y posibles ajustes en virtud de un enriquecimiento didáctico, construir indicadores de coherencia y pertinencia derivados del estudio de los diferentes organizadores del currículo.
  4. Mediante la revisión de libros de texto y el planeamiento de algunos docentes, se analiza la existencia de algunos errores de carácter matemático así como didáctico que usualmente se encuentran en el desarrollo de las clases. Así también se puede determinar cuáles elementos esenciales de la literatura se están incorporando o no en la realidad de nuestro sistema educativo.

### *Componente práctico*

1. Por medio de observaciones y análisis de clases sobre cómo enseña un docente un determinado tema relacionado con funciones, así como la forma en que los estudiantes aprenden, se pretende valorar si los conocimientos o saberes que se abordan en el proceso de enseñanza están acordes a las situaciones que se plantean para tal cometido. Se espera que a la luz de la revisión bibliográfica efectuada previamente, el futuro docente pueda detectar en un contexto de aula la pertinencia del uso de ciertos modelos o representaciones que faciliten en el estudiante la adquisición de manera significativa de un concepto o procedimiento; así también adquieran la capacidad de seleccionar cuáles situaciones extramatemáticas son acordes a ciertos temas de conjuntos numéricos o funciones, en aras de utilizar el conocimiento matemático como medio imprescindible en la resolución de problemas que a simple vista parecieran no ser propios de la matemática.
2. Como parte de integrar aspectos teóricos de la literatura científica con estrategias de enseñanza y aprendizaje de los temas en cuestión, se aplicarán entrevistas a docentes con experiencia en secundaria o a investigadores en Didáctica de la Matemática, de tal forma que no se traten de implementar ciertos métodos o recursos que no son factibles para el contexto escolar específico donde se pretende realizar práctica docente. Así también se dará a conocer la percepción y creencia que tienen los docentes de la enseñanza y aprendizaje de las funciones, esta información se contrastará con la obtenida en la bibliografía del curso.
3. Cada estudiante del curso debe realizar e implementar el diseño de sesiones de trabajo con alumnos sobre el estudio de un tema relacionado con funciones. No se trata simplemente de elaborar un planeamiento didáctico y ponerlo en marcha, sino que también deben elaborarse instrumentos que permitan detectar deficiencias y virtudes en el desempeño docente tomando en consideración los conocimientos en diferentes áreas (matemática, teoría de aprendizajes, evaluación, herramientas digitales, entre otras) que se han adquirido hasta entonces en la carrera de Educación Matemática. Más allá de desarrollar competencias generales en didáctica, la experiencia de aula debe contribuir a que los futuros docentes adquieran la capacidad de establecer, analizar y evaluar las secuencias didácticas específicas que planteen en el área de funciones.

Las estrategias metodológicas están relacionadas con el perfil profesional del egresado de la carrera y sus ejes de formación.

**Sobre los ejes de formación.** Durante el desarrollo del curso se incorporarán los diferentes ejes de formación de la carrera:

1. *Tecnología en el aula de matemáticas.* Para esta modalidad virtual, durante el curso se van a utilizar distintas herramientas tecnológicas para el desarrollo de las actividades de formación propuestas. Además, se promoverá el desarrollo del conocimiento tecnológico en articulación con el conocimiento didáctico-matemático para las discusiones y reflexiones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de las funciones.
2. *Didáctico-matemático.* Los estudiantes reflexionarán, analizarán y discutirán sobre los fenómenos relacionados con aprender y enseñar funciones y su relación con el saber matemático. La finalidad principal de lo anterior es la construcción de actitudes y habilidades investigativas en los educadores matemáticos sobre lo que se hace y cómo se hace que permita reflexionar y aprender de la práctica. Además, se analizará la relación entre los aciertos y obstáculos en la construcción del conocimiento matemático relacionado con las funciones con los detectados en las prácticas de aprendizaje de los estudiantes, como parte del eje fundamental de la carrera que se encarga de favorecer en el educador matemático el desarrollo de habilidades de investigación en la disciplina.
3. *Aplicaciones de la matemática.* En el curso se analizarán los saberes matemáticos que permitirán modelar una diversidad de fenómenos matemáticos y extra-matemáticos relacionados con el tema de funciones. El objetivo es que las aplicaciones matemáticas que se desarrollen permitan al educador matemático configurar una concepción correcta del tema de funciones y reflexionar sobre el diseño de situaciones de aprendizaje que modelen esta concepción.
4. *Desempeño profesional.* La naturaleza práctica del curso, resalta el acercamiento que se tendrá con el contexto laboral y el desempeño de tareas profesionales: diagnóstico de situaciones basadas en entrevistas u observaciones de clase, desarrollo de materiales y propuestas didácticas en formato digital y su respectivo análisis. Lo anterior, como parte de la *Práctica Profesional*, permitirá a los estudiantes reflexionar sobre la realidad existente en el aula de matemática.
5. *Historia y Epistemología de la matemática.* En el curso se analizarán los problemas que motivaron el nacimiento del concepto de función, su desarrollo, y los cambios de la notación. Se estudiará la historia y la epistemología de las funciones desde la Edad Antigua hasta los aportes de la Edad Moderna. Además, se analizarán diversas obras en momentos históricos relevantes, así como las formas de expresar y concebir los conceptos asociados con funciones.

Las horas de dedicación del curso, entre las horas de formación dirigida y las horas de estudio independiente, siguiendo la metodología descrita y los productos elaborados, contribuirán al alcance de los objetivos propuestos.

## V. HORAS PRACTICA PROFESIONAL

---

Para el curso MA0017, cada estudiante deberá cumplir con 32 horas de práctica profesional (HPP). El objetivo de estas HPP es aproximar la teoría a la práctica con la intención de participar activamente en escenarios de enseñanza y aprendizaje del tema de Funciones, aplicando los conocimientos profesionales desarrollados en el curso.

Dentro del abordaje metodológico virtual del curso para este ciclo lectivo, las HPP se realizarán en subgrupos de trabajo y se organizarán en el desarrollo de tres actividades:

- 1) **Observaciones de clase y/o entrevistas** (6 horas – 5%): se realizarán observaciones de clases virtuales a docentes de secundaria o universidad que leccionen contenidos asociados al tema de Funciones, además se realizarán entrevistas a los docentes. Se elaborará un informe que contenga la información recolectada y elementos teóricos discutidos en el curso.
- 2) **Planificación y diseño de un ambiente virtual de aprendizaje** (10 horas – 15%): cada subgrupo abordará un contenido escolar del tema de Funciones para elaborar una plataforma de enseñanza y aprendizaje asincrónico sobre ese contenido.
- 3) **Planificación, implementación y análisis de dos sesiones virtuales, una en secundaria y otra en universidad** (16 horas – 20%): cada subgrupo desarrollará una sesión virtual a estudiantes de 10<sup>o</sup> ó 11<sup>o</sup> año de secundaria y otra sesión virtual a estudiantes de precálculo de la universidad. El desarrollo de la sesión tendrá tres fases principales: planificación, implementación y análisis de la implementación. Se elaborará un informe final con el producto de ambas sesiones.

Las indicaciones específicas para el desarrollo de cada una de estas actividades serán presentadas con anticipación a los estudiantes. La operacionalización de las HPP será coordinada entre el profesor del curso y la sección de Didácticas Específicas del Departamento de Educación Matemática.



## VI. EVALUACIÓN

---

Para alcanzar los objetivos propuestos, se dará un seguimiento formativo del progreso del estudio, por parte del profesor y de los mismos estudiantes. En cuanto a la evaluación sumativa, se propone:

Quices y Tareas	20%
Reporte funciones como contenido escolar	15%
Proyecto Final	15%
Portafolio Digital	10%
Productos de las HPP	40%
<b>TOTAL</b>	<b>100%</b>

**Quices.** El progreso del estudiante estará monitoreado por evaluaciones cortas sobre las discusiones en clase, observaciones, actividades extraclase o material asignado para su revisión.

**Tareas.** Las tareas tienen el propósito de complementar el trabajo desarrollado en los diferentes contenidos del curso, fortaleciendo así la evaluación formativa y sumativa del estudiante. Es importante destacar que a nivel sumativo será considerado el cumplimiento de los objetivos de cada tarea y su finalización en el tiempo establecido.

**Reporte funciones como contenido escolar.** El desarrollo de este trabajo se basa en lineamientos que buscan relacionar la matemática formal con la matemática escolar en el tema de Funciones. Se estará entregando un instructivo específico para este trabajo.

**Portafolio digital.** Dado que el curso demanda trabajo constante para las diversas temáticas, se ha considerado la elaboración de un portafolio individual en formato digital, en cuanto es un registro pertinente para que el estudiante organice sus productos de estudio y evidencie sus aprendizajes. El portafolio consiste en un compendio de materiales que incluirá tareas, lecturas (asignadas o indagadas de forma independiente), fichas de lectura, informes de trabajo, esquemas de lecturas o de clases, ejercicios resueltos, indagaciones personales (reflexiones), resúmenes, etc. Se estará entregando un instructivo específico para la elaboración del portafolio digital.

**Proyecto final.** En coordinación con los estudiantes, se hará una propuesta de un proyecto final que consiste en la redacción y elaboración de un artículo científico asociado con una de las temáticas desarrolladas en el curso e integrarlo como un todo en una Revista Académica: Funciones y Su Didáctica. Se entregará un instructivo específico para la elaboración de este proyecto.

**Productos de las HPP.** El desarrollo de cada una de las actividades de las HPP generará distintos productos que serán sometidos a evaluación, por ejemplo, informes escritos de las actividades e instrumentos elaborados.

**La nota de aprovechamiento final ( $n$ ),** será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

- Si su nota  $n$  es igual o superior a 6.75, el estudiante aprueba el curso con la nota  $n$  redondeada.
- Si  $5.75 \leq n < 6.75$ , el estudiante tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0.
- Si  $n$  es inferior a 5.75 pierde el curso y su nota final es la nota  $n$  redondeada.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

---

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241.
- Azcárate G, y Deolefeu, Jordi. (1999). *Funciones y gráficas*. España: Editorial Síntesis. Azcárate, G., y Camacho, M. (2003) Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, X (2), 135 - 149
- Azcárate, C., Camacho M. y Sierra, M. (1999) Perspectivas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Investigación en Didáctica del Análisis. En Ortega, Tomás (Ed.), *Actas del III SEIEM*. Valladolid: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, pp. 283-293.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)*, 9(1), 143-168.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 252-292.
- Gómez, P., Carulla, C y profesores del distrito Capital (1999). *La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas escolares del distrito Capital*. Bogotá: Universidad de los Andes. Consultado en: <http://funes.uniandes.edu.co/344/>
- Gómez, P., Mesa, V., Carrulla, C., Valero, P. y Gómez, C. (s.f.) *Situaciones problemáticas del precálculo. El estudio de las funciones a través de la exploración de la calculadora gráfica*. Bogotá: Universidad de los Andes. Consultado en: <http://funes.uniandes.edu.co/327/1/GomezP98-2040.PDF>.
- Gómez-Chacón, I. (2014). Visualización y razonamiento: Creando imágenes para comprender las matemáticas. *Atas do XXV Seminário de Investigaçao em Educaçao Matemática* (pp. 5-28). Braga, Portugal: APM.
- Gutiérrez-Fallas, L.F. (2006). A compreensão dos conceitos de limite e continuidade de uma função: Um estudo com alunos do 12.º ano. Tesis de maestría. Universidad de Lisboa, Portugal.
- Lacasta, E., Pacual J. (1998). *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Editorial Síntesis, España.
- Lupiáñez, J-L., Marín, A., Gómez, P. y Rico, L. *Una actividad de modelización con calculadora*. Consultado en: <http://funes.uniandes.edu.co/602/1/LupianezJ07-2849.PDF> 12) Mesa, V. (2008) Solving problems on functions: role of the graphing calculator. *PNA*, 2(3), 109 – 135.
- Moreno, M. (1998). *Didáctica de la Matemática en la educación secundaria. Manual para la formación inicial del profesorado de secundaria*. Almería: Servicio de Publicaciones Universidad de Almería.
- Rodríguez, F. (2004) Una perspectiva didáctica en la iteración de funciones y el punto fijo. En Castro, Encarnación; de la Torre, Enrique (Eds.), *Investigación en educación matemática: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, A Coruña: Servicio de Publicaciones, pp. 297-307.
- Sierpiska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, 23-58.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Tall, D. (2004a). Introducing three worlds of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 23(3), 29–33.
- Youschkevitch, A. P. (1976). The concept of function up to the middle of the 19 th century. *Archive for History of exact Sciences*, 16(1), 37-85.

## VIII. INFORMACIÓN DEL PROFESOR

---

**Dr. Fabián Gutiérrez Fallas**

Grupo 01 – MA0017

Correo

[profesor.fgutierrez@gmail.com](mailto:profesor.fgutierrez@gmail.com)

[luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr](mailto:luisfabian.gutierrez@ucr.ac.cr)

Horario de consulta y atención a estudiantes de forma sincrónica-virtual \*

Martes de 16:00 a 17:00

Miércoles de 8:00 a 9:30

\* A través de ZOOM en coordinación previa  
entre estudiante-profesor en el horario  
indicado u otro a convenir.

## IX. CRONOGRAMA

La programación de las temáticas y actividades por desarrollar se especifica en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del curso.

	Semana	Temáticas
S1.	10 al 15 de agosto	Bienvenida e introducción al curso. Diagnóstico. Estructura conceptual y procedimental del contenido escolar (Tema 1). Introducción al Análisis Didáctico. Desarrollo de un análisis de contenido (Tema 4).
S2.	17* al 22 de agosto	Habilidades de aprendizaje y procesos matemáticos del contenido escolar (Tema 1). Introducción al Análisis Didáctico. Desarrollo de un análisis cognitivo (Tema 4).
S3.	24 al 29 de agosto	Errores, dificultades y obstáculos del contenido escolar (Tema 1). Introducción al Análisis Didáctico. Desarrollo de un análisis cognitivo: continuación (Tema 4).
S4.	31 de agosto al 5 de setiembre	Contextos reales y matemáticos del contenido escolar (Tema 2). Desarrollo de un análisis fenomenológico (Tema 2 y 4).
S5.	7 al 12 de setiembre	Tareas matemáticas e integración de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos asociados a las funciones (Tema 4)
S6.	14* al 19 de setiembre	Desarrollo histórico del concepto de Función (Tema 3) Introducción a la Modelación Matemática (Tema 4).
S7.	21 al 26 de setiembre	Desarrollo histórico del concepto de Función: continuación (Tema 3) Desarrollo epistemológico del concepto de Función (Tema 3) Introducción a la Modelación Matemática: continuación (Tema 4).
S8.	28 de setiembre al 3 de octubre	Desarrollo epistemológico del concepto de Función: continuación (Tema 3) Resolución de problemas (Tema 4).
S9.	5 al 10 de octubre	Comprensión instrumental y relacional de los conceptos matemáticos asociados a las funciones (Tema 4). Comprensión de los conceptos matemáticos: creación de significados (Tema 4).
S10.	12* al 17 de octubre	Comprensión de los conceptos matemáticos: representaciones y visualización (Tema 4)
S11.	19 al 24 de octubre	Comprensión de los conceptos matemáticos: representaciones y visualización – continuación (Tema 4)
S12.	26 al 31 de octubre	Temáticas de investigación recientes y principales investigadores. Líneas, problemáticas y grupos de investigación en la Didáctica del Análisis (Tema 5)
S13.	2 al 7 de noviembre	Formas sistemáticas de abordar problemáticas sobre enseñanza y aprendizaje de las Funciones (Tema 5)
S14.	9 al 14 de noviembre	Análisis y reflexión de la implementación de la propuesta didáctica.
S15.	16 al 21 de noviembre	Análisis y reflexión de la implementación de la propuesta didáctica.
S16.	23 al 28 de diciembre	Entregas finales. Exposiciones finales
	30 de noviembre al 5 de diciembre	Entregas finales. Exposiciones finales
	7 al 12 de diciembre	Entrega notas - Ampliación

\* Feriados: 17 de agosto, 14 de setiembre y 12 de octubre.