



Universidad de Costa Rica  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Matemática  
Departamento de Educación Matemática

**EMat** Escuela de  
Matemática

## CARTA AL ESTUDIANTE

MA0013 GEOMETRÍA EUCLIDEANA II  
II CICLO 2020

**Tipo de curso:** Teórico - Práctico

**Nivel:** IV ciclo

**Modalidad:** Virtual

**Carga académica:** 4 créditos

**Requisitos:** MA0008 Geometría Euclidiana I

**Correquisitos:** No tiene

**Horario del curso:** K 11 : 00 - 12 : 50 y V 10 : 00 - 12 : 50

**Sesiones virtuales:** K 11 : 00 - 11 : 50 y V 10 : 00 - 10 : 50  
por Zoom

**Horario de consulta:** K 8 : 30 - 10 : 30, J 8 : 30 - 10 : 30 y  
V 8 : 30 - 9 : 30 por Telegram, Correo o Zoom

Estimado estudiante:

Reciba una cordial bienvenida. En este documento se le brinda información referente a la descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, cronograma y bibliografía del curso, la cual le será útil para un desempeño adecuado en él. Se espera que este ciclo lectivo le sea productivo y que el éxito se refleje en todos sus quehaceres universitarios, muy particularmente en este curso.

## Aspectos generales del curso

### Descripción:

Este curso está dirigido a los estudiantes de la carrera Educación Matemática que ya cuentan con las bases geométricas que proporciona el curso MA0008, además de contenidos referentes a la teoría de conjuntos.

Como continuación de la construcción axiomática de Geometría Euclideana I, este curso se propone completar el estudio de la geometría plana y trabajar conceptos estereométricos desarrollados intuitivamente desde la niñez; sin embargo, ahora se busca formalizar justificaciones de las propiedades de dichos cuerpos abordadas en la educación básica. Al igual que su requisito, los elementos tratados en este curso tienen su aplicación más inmediata en el curso de Geometría Analítica, donde se dota de sentido analítico a las propiedades que se trabajaron con un enfoque sintético y se relaciona más la Geometría con otras áreas de la Matemática. A su vez, el curso pretende que el estudiante fortalezca el razonamiento deductivo y desarrolle su capacidad de visualización espacial, lo cual permitirá la representación y el análisis de funciones en varias variables.

### Apoyo al estudiante:

1. En la plataforma institucional [mediacionvirtual.ucr.ac.cr](http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr) podrá encontrar toda la información referente al curso, fechas importantes, actividades semanales, ejercicios sugeridos, entre otros.
2. Su profesora le brindará información sobre las horas de consulta. Este es un espacio que el docente ofrece para que los estudiantes aclaren dudas que hayan surgido con respecto a la teoría o al resolver los ejercicios.

**Publicación de información importante:**

Cualquier información importante del curso se publicará en la plataforma [mediacionvirtual.ucr.ac.cr](http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr).

**Objetivos**

Durante el curso el estudiante debe ser capaz de:

1. Conjeturar algunas propiedades relativas a la circunferencia y a sus ángulos inscritos mediante la experimentación con casos particulares.
2. Demostrar los teoremas principales sobre circunferencias, rectas secantes y tangentes, y cuerdas que se intersecan en su interior.
3. Realizar ejercicios que requieran la identificación y aplicación de las propiedades más importantes relativas a la circunferencia, cuerdas, rectas secantes y tangentes.
4. Realizar ejercicios que requieran la identificación y aplicación de las propiedades más importantes relativas a los ángulos centrales e inscritos en una circunferencia.
5. Construir, con regla y compás, representaciones de figuras geométricas planas, así como mediatrices, medianas y alturas de triángulos, utilizando propiedades de la circunferencia.
6. Conjeturar algunas propiedades de polígonos mediante la experimentación con casos particulares.
7. Deducir algunas propiedades de polígonos a partir de las propiedades de triángulos.
8. Realizar ejercicios que requieran la identificación y aplicación de las propiedades principales de los polígonos.
9. Resolver problemas relativos a la aplicación de las propiedades de polígonos regulares y sus áreas.
10. Ejemplificar situaciones que se describan mediante figuras circulares o mediante sólidos geométricos.
11. Construir representaciones de figuras geométricas sólidas utilizando lápiz y recursos tecnológicos.
12. Construir figuras geométricas en tres dimensiones utilizando diversos materiales.
13. Justificar y demostrar los teoremas principales sobre paralelismo, perpendicularidad y ángulos diedros.
14. Deducir algunas propiedades de conos, pirámides, prismas, cilindros y esferas, mediante la experimentación con casos particulares y mediante traslación de la dimensión plana a la dimensión espacial.
15. Justificar y demostrar los principales teoremas sobre conos, pirámides, prismas y cilindros.
16. Realizar ejercicios que requieran la identificación y aplicación de las propiedades principales de conos, pirámides, prismas, cilindros y esferas.
17. Resolver problemas relativos a la aplicación de las propiedades de superficie y volumen de conos, pirámides, prismas, cilindros y esferas.
18. Deducir algunas propiedades relativas a poliedros, mediante la experimentación con casos particulares.
19. Justificar y demostrar los principales teoremas sobre poliedros.
20. Realizar ejercicios que requieran la identificación y aplicación de las propiedades más importantes relativas a poliedros, su superficie y su volumen.
21. Describir la trayectoria histórica de matemáticos que realizaron aportes en Geometría.

## Contenidos

### Rectas y planos perpendiculares y paralelos en el espacio

1. Teorema fundamental sobre perpendiculares.
2. Distancia de un punto a un plano.
3. Propiedades de planos paralelos.
4. Ángulos diedros y planos perpendiculares.
5. Proyecciones.

### Circunferencias y superficies esféricas. Teoremas de concurrencia

1. Rectas tangentes a circunferencias y planos tangentes a superficies esféricas.
2. Ángulos inscritos y arcos interceptados.
3. Arcos de circunferencias y arcos congruentes.
4. Segmentos secantes y tangentes.
5. Teoremas de concurrencia.
6. Bisectrices de los ángulos de un triángulo y medianas en un triángulo.
7. Construcciones geométricas.
8. Circunferencia inscrita y circunscrita.

### Polígonos regulares. Áreas de círculos y sectores

1. Polígonos y polígonos regulares.
2. La longitud de la circunferencia.
3. El área de un círculo.
4. Longitudes de arcos y área de sectores.

### Los cuerpos sólidos y sus volúmenes

1. Propiedades de prismas y pirámides.
2. El principio de Cavalieri.
3. Volumen de prismas y pirámides.
4. Propiedades y volumen de cilindros y conos.
5. Volumen y área de la superficie de una esfera.

## Entorno virtual

Para tener acceso a la plataforma virtual, debe ingresar a la dirección [mediacionvirtual.ucr.ac.cr](http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr) y utilizar el nombre de usuario y contraseña de su cuenta institucional. Por ejemplo, si su correo institucional es [carlos.mora@ucr.ac.cr](mailto:carlos.mora@ucr.ac.cr), utilizaría como nombre de usuario [carlos.mora](mailto:carlos.mora@ucr.ac.cr) (sin el @ucr.ac.cr).

Una vez que haya ingresado a la página de Mediación Virtual, en la sección “Búsqueda de entornos”, debe buscar el curso “II - S - 2020 - RRF - MA0013 - 001”. Finalmente, debe matricularse en el entorno escogido mediante la contraseña que le proporcionará su profesora. En caso de ya encontrarse inscrito en el entorno virtual del curso, no debe realizar más trámites para ingresar a la plataforma.

## Metodología

Dada la situación actual del país a causa de la pandemia, el curso se desarrollará en forma virtual, a menos que las autoridades correspondientes determinen que se puede regresar a clases presenciales.

El estudiante deberá realizar actividades en forma sincrónica y asincrónica según se indica a continuación:

### Trabajo asincrónico:

En la plataforma [mediacionvirtual.ucr.ac.cr](http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr) se colocará una guía del trabajo que el estudiante debe realizar por semana, la cual se denomina “Ruta de aprendizaje”. En ella se detallan las lecturas y videos que debe revisar el alumno, así como las prácticas y otros materiales complementarios. Es de suma importancia que el estudiante realice todas las actividades y que sean concluidas en la semana estipulada.

### Trabajo sincrónico:

Se realizarán también sesiones virtuales sincrónicas, ya sea para reforzar los elementos más importantes de la teoría, resolver ejercicios, atender dudas o bien realizar otras actividades de aprendizaje. En estas sesiones virtuales, se espera una participación activa por parte de los estudiantes para un mejor aprovechamiento. Es muy importante que el estudiante se mantenga en comunicación con su docente y le informe de cualquier situación que considere pertinente. Para ello, se incluye en este documento la dirección electrónica de la docente.

Como recurso físico se utilizará principalmente el libro **Geometría Moderna** de Moise y Downs, el cual aparece más adelante en la sección de referencias y fue utilizado en el curso MA0008 . Dicho recurso será complementado con otros materiales que estarán a disposición del estudiante en la plataforma. También debe contarse con regla y compás para la realización de construcciones geométricas.

Durante el curso se estarán abordando los ejes de formación de la carrera, de la siguiente manera:

- Historia y epistemología de la matemática: Se conocerá el aporte de diversos matemáticos al campo de la Geometría por medio de videos que serán realizados por los estudiantes, en las cuales se resaltarán también aspectos importantes de la vida del personaje y la época en la cual existió. Además, deberán hacer entrega de un resumen del trabajo propio y de los compañeros.
- Didáctico-matemático: Se retomará la teoría de transposición didáctica estudiada en el curso Didáctica de la Matemática y los contenidos de los cursos MA0008 y MA0013 para la realización de un conjunto de videos sobre construcciones con regla y compás. Este trabajo constituirá las horas de práctica profesional de los estudiantes.
- Tecnologías de Información y Comunicación (TIC): Se hará uso de herramientas tecnológicas como el programa GeoGebra para la formulación de conjeturas, apoyo en la demostración de teoremas y visualización espacial.

Además, los estudiantes realizarán videos en diferentes momentos del curso.

- Aplicaciones de la matemática: Además del abordaje teórico del curso, se buscarán constantemente aplicaciones de los contenidos estudiados.

Considerando lo anterior, este curso contribuye a alcanzar los siguientes aspectos del perfil profesional de la carrera:

#	CONOCIMIENTOS
2	Conoce el lenguaje matemático que le permite expresarse con rigor.
3	Comprende los conceptos centrales de los tópicos de matemática que le permitirán construir el conocimiento didáctico de los temas propuestos en los programas de matemática del sistema educativo costarricense.
5	Conoce la relación de la matemática con otras áreas del saber y variadas aplicaciones de la matemática a las ciencias exactas y sociales.
6	Conoce aspectos teóricos y prácticos sobre métodos y estrategias para plantear y resolver problemas matemáticos.
7	Comprende el contexto histórico y social en el que se ha desarrollado la matemática.

#	HABILIDADES
1	Utiliza los procesos de demostración y resolución de problemas en las áreas de la matemática.
2	Utiliza los procesos de razonamiento inductivo, heurístico y deductivo en todas las áreas de la matemática.
4	Utiliza las formas propias del lenguaje matemático para expresarse de modo preciso y riguroso en los diversos modos de argumentación tanto orales como escritos en todas las áreas de la matemática.
5	Usa las diferentes representaciones de los objetos matemáticos según lo requiera el problema planteado.
8	Resuelve problemas matemáticos reconociendo la pertinencia de la tecnología.
14	Muestra dominio de las habilidades de comunicación verbal y escrita como una herramienta para lograr una mejor gestión de las clases, trabajo con sus colegas, asesorías y procesos de investigación.

#	ACTITUDES
2	Reconoce su tarea docente como una actividad de formación integral de los estudiantes asociada a la formación matemática.
4	Reconoce la importancia del trabajo en equipo como la vía de socialización de sus problemas, aciertos en su quehacer docente así como la mejor forma de lograr propuestas de innovación.
7	Reconoce las diferencias individuales de sus estudiantes en el aprendizaje matemático, las atiende y las valora como positivas para promover construcción de conocimiento matemático y valores como tolerancia, solidaridad y respeto.
8	Muestra una actitud respetuosa hacia el estudiante, independientemente de su etnia, género, ideología, religión, estatus económico, orientación sexual, nacionalidad, posibilidades de aprendizaje o cualquier otra característica o condición del mismo.

## Evaluación

La evaluación estará presente a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje de manera diagnóstica, formativa y sumativa.

La evaluación diagnóstica se llevará a cabo antes de abordar cada tema, con el fin de indagar sobre las nociones, interpretaciones y los conocimientos previos que posee el estudiantado para, con base en estos, construir los objetos matemáticos a tratar en el curso. Este proceso se llevará a cabo, primordialmente, durante las sesiones sincrónicas.

La evaluación formativa se realizará conforme al desarrollo del curso, con el fin de corroborar si se están alcanzando los objetivos propuestos, de lo contrario tomar las medidas oportunas para lograrlo. Se dará realimentación a los estudiantes con respecto a su trabajo semanal como parte de esa evaluación formativa.

En ambos tipos de evaluación los estudiantes tomarán un papel activo en las valoraciones de su propio aprendizaje. Para ello es indispensable que realicen cada una de las actividades propuestas por semana.

La evaluación sumativa se llevará a cabo al finalizar ciertos contenidos, con el propósito de verificar en qué medida los estudiantes han alcanzado los objetivos planteados. Para tal efecto se realiza la siguiente distribución:

Rubro	%
Video biográfico de un matemático	10
Cuaderno de Geometría	50
I Examen parcial	20
II Examen parcial	20
<b>Total</b>	<b>100</b>

En los siguientes párrafos se describe cada uno de los rubros:

### Video biográfico de un matemático

Los estudiantes realizarán una investigación de la vida de un matemático (asignado por la docente), en la cual se incluyan datos personales, ubicación temporal y espacial en la que se desarrolló el personaje, anécdotas, su aporte a la Matemática en general y particularmente en Geometría, mitos alrededor de su historia, acontecimientos importantes de la época, entre otros. Posteriormente, cada estudiante realizará un video en el cual se expondrá, de forma creativa, los hallazgos de la investigación. Dicho video debe tener una corta duración (entre 10 y 15 minutos). Todos los alumnos tendrán una misma fecha de entrega para este trabajo, de acuerdo con el cronograma del curso que aparece al final de este documento.

### Cuaderno de Geometría

Cada estudiante tendrá a disposición un cuaderno que será utilizado para llevar a cabo las actividades que se describen en la Ruta de Aprendizaje por semana, tales como la demostración de teoremas (de la teoría o asignados como ejercicio), resolución de problemas, entre otros. También se asignará por semana dos videos de los descritos en la sección anterior, para que sean observados y se realice un resumen de dos o tres párrafos, los cuales deberán incluirse en dicho cuaderno.

Para la calificación del mismo, los estudiantes deberán digitalizar la parte del cuaderno que corresponda al trabajo asignado en la semana, ya sea con un escaner o una aplicación que permita pasar fotografías a un formato pdf. En ambos

casos, se debe hacer entrega de un solo archivo pdf que se guarde con el número de carné del estudiante, su nombre y primer apellido, así como la semana a la que corresponde dicho avance. Por ejemplo “C0001.CarlosMora.2”. En caso de que el estudiante cuente con recursos tecnológicos que permitan confeccionar el cuaderno de forma digital, puede utilizarlos si así lo desea.

La entrega del primer avance será en la semana 2. Todos los estudiantes deben presentarlo pero solamente se revisará el trabajo de la mitad del grupo (elegidos al azar). En la semana siguiente se revisará el avance de los estudiantes a quienes no se les revisó en la semana anterior, y así sucesivamente. Para obtener la calificación en este rubro, se promediarán las notas obtenidas en todas las revisiones. Cabe resaltar que los estudiantes pueden consultar a la docente en caso de dudas que surjan durante la realización de su trabajo, ya sea en horas de consulta o en las sesiones virtuales.

### **Exámenes parciales**

Se realizarán dos exámenes parciales en parejas, los cuales serán aplicados en las fechas establecidas en el cronograma, a menos que se den cambios por motivos de fuerza mayor, los cuales serían comunicados oportunamente a los estudiantes. En la plataforma se estarán brindando indicaciones puntuales sobre cómo se deben resolver y presentar dichas pruebas.

### **La nota de aprovechamiento NA**

Con las calificaciones obtenidas por el estudiante se calculará su nota de aprovechamiento (*NA*) en una escala de 0 a 10.

De acuerdo con esa nota se tienen tres posibilidades:

- ‡ Si  $NA \geq 6,75$  el estudiante aprueba el curso.
- ‡ Si  $5,75 \leq NA < 6,75$  el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7,0 para aprobar el curso. En caso de aprobar dicho examen se le reportará 7,0 como nota final, de lo contrario se le reportará 6,0 ó 6,5, según corresponda.
- ‡ Si  $NA < 5,75$  el estudiante reprueba el curso.

### **Artículo 25 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil:**

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente “punto veinticinco”(,25) o “ punto setenta y cinco” (.75) , deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar el curso.

### **Sobre el examen de ampliación:**

Como se mencionó anteriormente, aquellos estudiantes cuya nota de aprovechamiento sea inferior a 6,75 pero mayor o igual a 5,75 podrán realizar el examen de ampliación. **Al estudiante se le evaluarán todos los contenidos del curso.**

### **Reposición de exámenes o trabajos**

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (**con dictamen médico que indique la situación que le incapacita a realizar una prueba, no solo comprobante de asistencia**), haber presentado dos exámenes el mismo día o choque de exámenes (**con constancia del coordinador respectivo**), la muerte de un pariente hasta segundo grado de consanguinidad (**acta de defunción**), o casos de giras (**reportadas por escrito donde conste su participación**) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo.

En el caso de faltar con alguno de los exámenes y contar con una justificación válida, se debe contactar por correo electrónico con la docente para informarle de la situación, enviarle la documentación respectiva y que ésta valore si procede una reposición de la prueba. Para esta solicitud el estudiante cuenta con cinco días hábiles después de haberse efectuado el examen ordinario.

Con respecto a situaciones de fuerza mayor que impidan al estudiante presentar algún trabajo en la fecha establecida, el alumno deberá informar oportunamente a la docente para valorar el caso y establecer una nueva fecha de presentación del mismo.

### **Trabajo sobre horas de práctica profesional (HPP)**

Por la naturaleza teórico-práctica del curso, cada estudiante debe cumplir con 16 horas de práctica profesional. La validación de dichas horas queda sujeta al cumplimiento de los requisitos establecidos. En este curso, el trabajo de HPP consistirá en la realización en parejas de un conjunto de videos sobre construcciones con regla y compás, con apoyo del programa Geogebra, de acuerdo con las indicaciones que dará la docente.

Los videos se realizarán a lo largo del ciclo, conforme se avanza en los contenidos del curso y estarán constituidos por dos partes: En la primera, se explicará con ayuda del programa GeoGebra la construcción paso a paso, simulando los trazos de la regla y el compás. En la segunda, se brindarán las razones de por qué la construcción realizada es válida, justificando matemáticamente cada uno de los pasos realizados. Este trabajo será un insumo con el que podrán contar los docentes del curso MA-1111 Fundamentos de Geometría con Trigonometría (del Departamento de Matemática Aplicada), o bien otros profesores que deseen utilizarlos en ciclos posteriores.



## Cronograma del curso

El siguiente cronograma está sujeto a cambios según el avance del grupo o situaciones externas en las que se pierdan lecciones.

S	FECHAS	CONTENIDOS Y ACTIVIDADES
1	10 al 15 de agosto	Repaso de postulados y teoremas de Geometría Euclídeana I. Rectas y planos perpendiculares en el espacio.
2	17 al 22 de agosto	Rectas y planos perpendiculares en el espacio. Planos paralelos y perpendiculares. <b>Entrega 1 de cuaderno</b>
3	24 al 29 de agosto	Planos paralelos y perpendiculares, ángulos diedros, proyecciones. <b>Entrega 2 de cuaderno</b>
4	31 de agosto al 05 de septiembre	Geometría cartesiana en el plano. Circunferencias y superficies esféricas. <b>Entrega 3 de cuaderno</b> <b>Entrega de video biográfico</b>
5	07 al 12 de septiembre	Recta tangente a la circunferencia y plano tangente a la superficie esférica. <b>Entrega 4 de cuaderno</b>
6	14 al 19 de septiembre	Arcos. Segmentos secantes y tangentes. Circunferencias en un plano coordenado. <b>Entrega 5 de cuaderno</b>
7	21 al 26 de septiembre	Caracterizaciones. Teoremas de concurrencia. <b>Entrega 6 de cuaderno</b>
8	28 de septiembre al 03 de octubre	Bisectrices y medianas. <b>Entrega 7 de cuaderno</b>
9	05 al 10 de octubre	Repaso.
*	<b>Viernes 09 de octubre</b>	<b>Primer examen parcial (8:00 a.m.).</b>
10	12 al 17 de octubre	Polígonos regulares. Área de círculos y sectores. La longitud de la circunferencia. <b>Entrega 8 de cuaderno</b>
11	19 al 24 de octubre	Área de círculos y sectores. Longitud de arco. <b>Entrega 9 de cuaderno</b>
12	26 al 31 de octubre	Los cuerpos sólidos y su volumen. Prismas y pirámides. <b>Entrega 10 de cuaderno</b>
13	02 al 07 de noviembre	Volúmenes de prismas y pirámides. El principio de Cavalieri. <b>Entrega 11 de cuaderno</b>
14	09 al 14 de noviembre	Cilindros, conos y esferas. <b>Entrega 12 de cuaderno</b>
15	16 al 21 de noviembre	Ejercicios sobre sólidos en general.
16	23 al 28 de noviembre	Repaso. <b>Entrega de trabajo sobre HPP.</b>
*	<b>Martes 01 de diciembre</b>	<b>Segundo examen parcial (8:00 a.m.).</b>
*	<b>Viernes 11 de diciembre</b>	<b>Examen de Ampliación (8:00 a.m.).</b>

**Nota:** Las construcciones con regla y compás serán estudiadas a lo largo del curso.

## Bibliografía

Existen muchos títulos útiles sobre geometría que puede encontrar tanto en físico como en internet. A continuación se muestra una breve lista.

El curso se basa, principalmente, en el texto de Moise & Downs [2].

- [1] Baldor, J.A. (1982). **Geometría Plana y del Espacio**. Madrid: Ediciones y Distribuciones Códice.
- [2] Moise, E. & Downs, F. (1970). **Geometría Moderna**. Colombia: Fondo Educativo Interamericano.
- [3] Moise, E. (1968). **Geometría Elemental desde un punto de vista avanzado**. México: Continental.
- [4] Varilly J. (2014). **Elementos de Geometría Plana**. Costa Rica: 2a. Ed., Editorial UCR.

**Nota:** Cualquier otro aspecto que no se haya tomado en cuenta en este documento, será analizado para su solución.

Atentamente,

Prof. Alejandra Alvarado Alvarado  
Dirección electrónica: [alejandra.alvaradoalvarado@ucr.ac.cr](mailto:alejandra.alvaradoalvarado@ucr.ac.cr)