
CARTA AL ESTUDIANTE
II-2020
Ma-0009 Números Reales

Nivel: III ciclo

Créditos: 4

Correquisitos: no tiene

Tipo de curso: Teórico

Requisitos: MA 0006 y MA 0005

Sesiones sincrónicas: L, J:7-7:50

Modalidad: Virtual

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso Ma-0009 Números Reales. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas. Tenga presente que para tener éxito en este curso, además de las horas semanales que dedique a las sesiones virtuales, usted debe invertir el tiempo necesario de estudio para adquirir el conocimiento.

I. DESCRIPCIÓN

En este curso se estudian propiedades algebraicas y analíticas de los números reales. Se realiza un desarrollo axiomático del conjunto de los números reales y se ingresa en el análisis al trabajar con el Axioma del Extremo Superior. El estudio de las sucesiones numéricas es indispensable en la comprensión del conjunto de los números reales, por lo que este es un capítulo importante en el curso. Con el estudio de las series geométricas se formalizan las expansiones de números reales.

Este curso va dirigido a estudiantes del tercer ciclo del plan de estudios de la Carrera Bachillerato y Licenciatura en Educación Matemática. Proporciona parte de las herramientas básicas en la preparación de los futuros docentes, en un tema de gran impacto en todos los niveles escolares. Se pretende continuar con el desarrollo de la comprensión de la matemática formal y la habilidad de argumentar matemáticamente, como apoyo para la toma de decisiones didáctico-matemáticas, que es la tarea del educador matemático.

Se involucra al estudiante en su aprendizaje investigando, relacionando conceptos y justificando resultados que incluso ya son conocidos, es necesario conocer la evolución histórica, así como la aplicación de las herramientas matemáticas. Se requiere que el

estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto. Que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin, será necesario incluir algunas demostraciones y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo. Algunas de estas herramientas serán de uso cotidiano en cursos posteriores. Este curso requiere que el estudiante dedique una buena cantidad de tiempo a comprender los diferentes conceptos y los resultados teóricos estudiados en el curso.

II. OBJETIVOS

Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

1. Efectuar construcción axiomática del conjunto de los números reales a partir del estudio de los números racionales y del análisis comparativo de fuentes bibliográficas.
2. Enunciar y ejemplificar las propiedades que caracterizan al conjunto de los números reales.
3. Resolver ecuaciones e inecuaciones con expresiones que contienen valor absoluto y utilizar diversas representaciones para las soluciones.
4. Determinar el extremo superior e inferior, el máximo y el mínimo de un conjunto acotado.
5. Utilizar la caracterización del supremo y del ínfimo para demostrar si un número es o no alguno de los extremos de un subconjunto de los números reales.
6. Demostrar propiedades de los números reales.
7. Enunciar y ejemplificar el concepto de sucesión numérica así como otros conceptos afines.
8. Aplicar el concepto de sucesión numérica en situaciones diversas.
9. Calcular límites de sucesiones justificando el procedimiento.
10. Demostrar la convergencia o divergencia de una sucesión.
11. Analizar la convergencia o no de sumas infinitas.
12. Utilizar la teoría de series numéricas para el análisis de las expansiones de los números reales.
13. Enunciar y ejemplificar los conceptos de conjuntos equipotentes y numerables en subconjuntos de números reales.
14. Construir funciones biyectivas entre conjuntos equipotentes.
15. Analizar la numerabilidad de los racionales y la no numerabilidad de \mathbb{R} .
16. Demostrar las propiedades de la función exponencial y logarítmica en \mathbb{R} a partir de las propiedades en \mathbb{Q} usando las expansiones decimales.
17. Elaborar y exponer reportes con base en lecturas o en discusiones en clase, sobre elementos de la historia de los números reales y de las sucesiones numéricas.
18. Describir el estudio de los contenidos asociados a números reales y sucesiones numéricas que se proponen en el Programa de Estudio de Matemática del MEP.
19. Elaborar y exponer reportes sobre el estudio de los contenidos asociados a números reales y sucesiones numéricas que se proponen en los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP.

III. CONTENIDOS

TEMA 1: Los números reales

Presentación axiomática de \mathbb{R} . Propiedades algebraicas y de orden de \mathbb{R} . Valor absoluto, parte entera. Ecuaciones e inecuaciones con expresiones que contienen valor absoluto, representaciones para las soluciones. El axioma del Extremo Superior. Caracterización del supremo y del ínfimo. Principio de Arquímedes. Existencia de raíces. Intervalos y decimales. Elementos de la historia de los números reales. Exigencias metodológicas del tema números reales en los programas vigentes del Ministerio de Educación Pública Costa Rica.

TEMA 2: Sucesiones

Concepto de sucesión, convergencia. Teoremas de límites. Cálculo de límites de sucesiones. Sucesiones monótonas. Subsucesiones y el teorema de Bolzano Weierstrass. Existencia de raíces vía sucesiones. Criterio de Cauchy. Sucesiones divergentes. Elementos de la historia de las sucesiones numéricas. Exigencias metodológicas del tema relaciones y álgebra, asociados con el proceso de enseñanza- aprendizaje de las sucesiones numéricas en los programas vigentes del Ministerio de Educación Pública Costa Rica.

TEMA 3: Expansiones

Expansiones decimales. Series numéricas y expansiones de los números reales.

TEMA 4: Equipotencia

La relación de equipotencia de conjuntos. Conjuntos finitos e infinitos. Conjuntos numerables y no numerables. Numerabilidad de \mathbb{Q} . Innumerabilidad de \mathbb{R} .

TEMA 5: Exponencial y logarítmica.

Construcción de la función exponencial vía sucesiones. El logaritmo, el logaritmo natural. Propiedades. El número e como suma infinita. Irracionalidad del número e .

V. METODOLOGÍA

El curso se desarrolla en modalidad virtual, debe inscribirse en Mediación Virtual de la UCR, utilizar el correo institucional y cualquier otro medio de comunicación que sea indicado por el profesor a lo largo del curso. Es indispensable una computadora, celular y conexión a Internet. Se le guiará en su aprendizaje por medio de sesiones (dos por semana, oportunamente se le comunicarán las instrucciones para las sesiones sincrónicas) a las cuales tiene que ingresar para seguir el desarrollo del curso. Se le propondrán actividades para que pueda asimilar paulatinamente el conocimiento y las herramientas necesarias para su formación como futuro profesional. Usted deberá realizar trabajo individual y participar en discusiones acerca de los temas que se abarcan en este curso, así como su enseñanza y aprendizaje. Es fundamental la participación del estudiante. En cada unidad didáctica se dedicarán sesiones, sincrónicas y asincrónicas, al desarrollo teórico y práctico.

En los espacios de aplicación de la teoría los estudiantes trabajan en forma individual o en equipo de forma virtual y luego se discute en plenaria el trabajo que se desarrollará mediante foros habilitados para tal efecto en el sitio del curso en Mediación Virtual, en estos se irán destacando ideas o conceptos centrales, así como validez o pertinencia de las estrategias utilizadas en la realización.

Durante los espacios de trabajo en equipo, se insiste en la correcta comunicación matemática, organizar las ideas matemáticas para comunicarlas a los compañeros, así como escuchar y valorar las explicaciones matemáticas de los demás.

Durante el curso el trabajo será encaminado a adquirir los siguientes conocimientos, habilidades y actitudes del futuro bachiller en Educación Matemática, reflejadas en su perfil profesional:

Conocimientos:

- 1- Reconoce los fundamentos de la matemática como la base que se elabora después del avance significativo de una teoría.
- 2- Conoce el lenguaje matemático que le permite expresarse con rigor.
- 3- Comprende los conceptos centrales de los tópicos de matemática que le permitirán construir el conocimiento didáctico de los temas propuestos en los programas de matemática del sistema educativo costarricense.
- 4- Establece relaciones entre las diferentes áreas de la matemática propuestas para la educación primaria, secundaria y primeros cursos universitarios para otras carreras.
- 5- Conoce aspectos teóricos y prácticos sobre métodos y estrategias para plantear y resolver problemas matemáticos.

Habilidades:

1. Utiliza los procesos de demostración y resolución de problemas en las áreas de la matemática.
2. Utiliza los procesos de razonamiento inductivo, heurístico y deductivo en todas las áreas de la matemática.
3. Utiliza apropiadamente los procedimientos matemáticos y los adapta a los diferentes contextos y tareas propuestas.
4. Utiliza las formas propias del lenguaje matemático para expresarse de modo preciso y riguroso en los diversos modos de argumentación, tanto orales como escritas.
5. Usa las diferentes representaciones de los objetos matemáticos según lo requiera el problema planteado.

Actitudes:

1. Reconoce la importancia del trabajo en equipo como la vía de socialización de sus problemas, aciertos en su quehacer, así como la mejor forma de lograr propuestas de innovación.

2. Valora positiva y necesaria la actualización constante en sus conocimientos y habilidades profesionales.

3. Muestra una actitud respetuosa hacia sus compañeros, independientemente de su etnia, género, ideología, religión, estatus económico, orientación sexual, nacionalidad, posibilidades de aprendizaje o cualquier otra característica o condición del mismo.

Durante el curso se estarán abordando los ejes de formación de la siguiente manera:

• **Eje de Historia y epistemología de la matemática**

En relación con la comprensión de la contribución de la historia de la matemática en la toma de decisiones didácticas, el estudiante deberá leer, elaborar, entregar un reporte escrito sobre la lectura de La Historia de Phi El Número más Sorprendente del Mundo, de Mario Livio.

Además, en las tareas los estudiantes establecen la relación de los conceptos número real y sucesión numérica con los temas que incluye el programa del MEP.

En las tareas se puede incluir resúmenes, esquemas, cuadros, presentaciones, según sea solicitado en la actividad respectiva.

• **Ejes de Desempeño profesional y Didáctico Matemático.**

Con el fin de promover el aprendizaje de la temática como un todo en vez de conceptos independientes o aislados, se insiste en la conexión y sentido entre ellos, se promoverá la justificación formal y la exposición clara de las ideas.

Durante los espacios de discusión de la solución de los problemas se insistirá en hacer explícito los conceptos y procedimientos empleados, además del trabajo heurístico que se realizó previo a la solución.

Como parte del desarrollo de la comprensión de la transformación de la matemática formal hacia la matemática escolar se realizan dos tipos de actividades: En algunas sesiones de trabajo, se promueve la reflexión, mediante comparaciones y ejemplos, sobre la forma como se enseñan algunos de los temas del curso en la educación primaria o secundaria.

• **Eje de las TIC:**

Los estudiantes estarán utilizando las herramientas de TIC, como son la edición de textos, videos, las presentaciones en Power Point y Beamer, uso de software de línea del tiempo, lectura del libro acerca de historia. Todas estas serán reforzadas en el curso y se potenciarán en una de las sesiones en que se hará exposición.

El curso cuenta con Mediación Virtual como herramienta didáctica. Cada estudiante con su correo institucional y su correspondiente contraseña ingresa en el sitio, para acceder al curso debe hacerlo con la contraseña "MA0009II2020", en el sitio: <https://mediacionvirtual.cr.ac.cr/login/index.php>. La modalidad del entorno es 100% virtual.

VI. EVALUACIÓN

Sumativa.

La nota de aprovechamiento NA se calculará así:

Seis tareas: 55%. Las 5 primeras tareas serán en línea, por medio de Mediación Virtual, serán asignadas oportunamente (9% cada una). La tarea 6, consiste en un reporte de la lectura del texto La Historia de Phi El Número más Enigmático del Mundo, de Mario Livio (10%).

Dos evaluaciones virtuales: 45% (22,5% cada una)

Formativa.

Se proporcionará a los y las estudiantes listas de ejercicios semanalmente, de manera que el trabajo para resolver estos ejercicios sea un esfuerzo que brinde frutos en el aprendizaje. Estos no tienen valor numérico dentro de la nota de aprovechamiento, pueden hacer consultas acerca de la solución de cada ejercicio, esperando de los estudiantes una participación activa que será muy valiosa para su formación.

Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

Si $NA \geq 6.75$ el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5

Si $5.75 \leq NA < 6.75$, el estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6.0 o 6.5, la más cercana a NA.

Si $NA < 5.75$ pierde el curso y su nota final es la nota n redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

VII. CALENDARIO DE EVALUACIONES (todas son virtuales, por medio de Mediación Virtual):

| EVALUACION | Día | Hora |
|--------------------------|-------------------|-------------|
| Tarea 1 | S 29 de agosto | |
| Tarea 2 | S 12 de setiembre | |
| Tarea 3 | S 26 de setiembre | |
| Evaluación virtual 1 | S 10 de octubre | |
| Tarea 4 | S 24 de octubre | |
| Tarea 5 | S 14 de noviembre | |
| Tarea 6 | S 28 de noviembre | |
| Evaluación virtual final | K 1 de diciembre | |
| Ampliación | J 10 de diciembre | |

Las fechas para tareas y evaluaciones virtuales podrían cambiar dependiendo de condiciones especiales. En caso de fraudes en tareas, evaluaciones se aplicará el reglamento correspondiente. De presentarse alguna duda en cualquier instrumento de evaluación, el profesor pedirá a la persona estudiante una explicación del ítem o ítems en los que exista alguna duda por parte del docente, esta puede ser mediante entrevista. El estudiante puede consultar el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil** en

http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf .

VIII. CRONOGRAMA

La programación de las temáticas se especifican en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo:

| SEMANA | TEMAS | SESIÓN | TEMAS |
|-----------------------------|---|--------------------------------------|---|
| 1 10 al 14 de agosto | Números Reales | 11 19 al 23 de octubre | Sucesiones Tarea 4 |
| 2 17 al 21 de agosto | Números Reales | 12 26 al 30 de octubre | Sucesiones |
| 3 24 al 28 de agosto | Números Reales Tarea 1 | 13 2 al 6 de noviembre | Expansiones |
| 4 31 al 4 de setiembre | Números Reales | 14 9 al 13 de noviembre | Equipotencia Tarea 5 |
| 5 7 al 11 de setiembre | Números Reales Tarea 2 | 15 16 al 20 de noviembre | Exponencial y logarítmica |
| 6 14 al 18 de setiembre | Números Reales | 16 23 al 27 de noviembre | Repaso. Tarea 6 (Reporte de lectura de historia) |
| 7 21 al 25 de setiembre | Sucesiones Tarea 3 | 17 30 noviembre al 4 de diciembre | Evaluación virtual 1 (temas de semana 9 a la 16) |
| 8 28 set al 2 de octubre | Sucesiones | 18 7 al 11 de diciembre | Prueba de ampliación |
| 9 5 al 9 de octubre | Sucesiones Evaluación virtual 1 (temas de semana 1 a la 8) | | |
| 10 12 al 16 de octubre | Sucesiones | | |

IX. BIBLIOGRAFÍA

- ❖ Cambronero, S y Duarte, A. (2007). Notas sobre números reales. Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica.
- ❖ Hofmann, J (2002). Historia de la matemática. México: Editorial Limusa S.A Grupo Noriega editores.
- ❖ Rudin, W. (1987). Principios de Análisis Matemático
- ❖ Takeuchi, Y. (1986). Sucesiones y series
- ❖ Piza, E. (2006). Introducción al análisis real en una variable. Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica.

Atentamente:

Prof: Luis Diego Rodriguez Hidalgo

Correo: luis.rodriquezhidalgo@ucr.ac.cr

Horas de consulta: K, M, V:7-9:30