

## Carta al estudiante

La geometría, tanto en su aspecto clásico como en su presentación moderna, es una pieza fundamental en la formación de matemáticos y de docentes de la matemática. La geometría elemental forma un puente entre la enseñanza media y el quehacer universitario. En este curso los métodos de la teoría euclidiana se combinan con las herramientas analíticas del enfoque cartesiano, para ofrecer una visión de conjunto sobre la geometría del plano y del espacio.

El curso MA-0421 tendrá una página web, a la cual se puede acceder en el sitio de claroline:

<http://claroline.emate.ucr.ac.cr>

## 1 Objetivos

1. Desarrollar en el estudiante su intuición espacial mediante el incentivo visual que aporta la naturaleza de la geometría.
2. Rescatar la particular importancia que tiene la percepción visual de los resultados geométricos, sin restarle importancia a las demostraciones lógicas y deductivas.
3. Para los estudiantes más exigentes, desarrollar formalmente la justificación de los resultados más importantes.

## 2 Programa

### 2.1 Plano Euclidiano

Axiomas y postulados para el plano euclidiano. Coordenadas cartesianas. Distancia entre dos puntos. Razones de división de segmentos. Razones dobles: razón doble de rango, razón doble de haz.

### 2.2 Rectas y Triángulos

La recta en el plano. Distancia de un punto a una recta. Intersección entre dos rectas. Ángulo entre dos rectas. Ecuación normal de la recta. El triángulo en el plano. Rectas en el triángulo y puntos de concurrencia. Área de un triángulo.

### 2.3 Secciones Cónicas

Ecuación general de segundo grado en dos variables. Secciones degeneradas: puntos, rectas, y secciones vacías. La elipse y el círculo. La hipérbola. La parábola.

### 2.4 Coordenadas Polares

Introducción al sistema de coordenadas polares. Relación con las coordenadas cartesianas. Rectas expresadas en coordenadas polares. Cónicas expresadas en coordenadas polares. Otras curvas en el plano expresadas mediante coordenadas polares.

## 2.5 Ecuaciones Paramétricas

Graficación de curvas mediante ecuaciones paramétricas. Representación paramétrica de lugares geométricos, incluyendo cónicas. Resolución de problemas.

## 2.6 Geometría Vectorial

Vectores en el plano euclidiano. Vectores en el espacio euclidiano. Dirección y magnitud vectorial. Suma y resta de vectores. Producto escalar o producto punto. Producto vectorial en el espacio o producto cruz. Problemas geométricos. Rectas y planos en el espacio euclidiano.

## 2.7 Curvas y Superficies en el Espacio Euclidiano

Curvas en el espacio euclidiano. Ecuación general de segundo grado en tres variables. Superficies cuadráticas. Superficies cilíndricas. Superficies de revolución. Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas.

# 3 Metodología

Se desarrollarán clases magistrales teóricas de tres horas los lunes, donde el docente introduce los contenidos teóricos que aborda el curso, y propicia en el estudiante un abordaje dinámico del mismo mediante ejercicios y prácticas dirigidas. Es en este espacio también que se asignan y discuten las tareas teóricas extra-clase del curso.

Los jueves se desarrollarán lecciones prácticas con uso de paquetes de software como Mathematica, wxMaxima, GeoGebra, entre otros, donde se pretende que el estudiante conozca y utilice estas valiosas herramientas para graficar y programar, desarrollando por ende su intuición espacial mediante el incentivo visual que la tecnología nos pone al alcance. Las sesiones de laboratorio incluyen prácticas dirigidas que se tomarán como rubro importante en la evaluación del curso.

Los estudiantes desarrollarán por su cuenta ensayos histórico-biográficos que detallen la línea de vida de los principales actores matemáticos presentes en la historia de la geometría analítica. Con ello, el docente pretende que los estudiantes se empapen de los diferentes contextos históricos y culturales en los cuales distintos científicos desarrollaron la teoría y las herramientas que nos facilitan el trabajo de la geometría, y en general de la matemática, hoy en día.

El docente utilizará la plataforma de mediación virtual CLAROLINE que la Escuela de Matemática pone a disposición de profesores y estudiantes, para crear la página del curso MA-0421 y así establecer un importante canal de comunicación entre profesor y estudiantado. El docente también mantendrá comunicación efectiva con los estudiantes a través de su correo institucional:

[ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr](mailto:ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr)

Además, el docente valorará con los estudiantes la posibilidad de mantener un canal de comunicación a través de redes sociales, donde se pueda discutir dudas, comentarios y resolución de ejercicios, dejando claro que dicho espacio sería **exclusivo** para discutir contenidos relacionados con el curso.

El uso de teléfonos celulares o dispositivos similares está prohibido tanto durante las clases magistrales como durante las sesiones prácticas con uso de software. Sin embargo, el docente comprende que el “teléfono inteligente” puede ser considerado como herramienta tecnológica en algunos contenidos excepcionales del curso.

## 4 Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales, en las siguientes fechas, a las 8:00 am, todo ello sujeto a confirmación de parte de la Oficina de Registro:

Miércoles 20 de Abril;      Miércoles 18 de Mayo;      Miércoles 06 de Julio.

Cada examen representa 25% de la nota aprovechamiento ( $N$ ).

Se realizarán tareas semanalmente, para entregar todos los jueves con hora límite las 4:00 pm, exceptuando los días Jueves 10 de Marzo, Jueves 24 de Marzo, Jueves 21 de Abril, Jueves 19 de Mayo y Jueves 30 de Junio, semana de inicio de lecciones, Semana Santa, semanas de exámenes, y semana de fin de lecciones, respectivamente. En total serán doce tareas, de las cuales se descartan las **dos** tareas de menor puntaje obtenido, por lo que el rubro de tareas representa 10% de la nota de aprovechamiento ( $N$ ).

Se trabajarán actividades dirigidas con el uso de software semanalmente, todos los jueves, exceptuando las semanas especiales comentadas en el rubro de tareas. De forma similar al rubro de las tareas, serán en total doce actividades dirigidas con el uso de software en el Laboratorio de Cómputo (Aula 212FM) de las cuales se descartan las **dos** actividades de menor puntaje obtenido, por lo que dicho rubro representa 10% de la nota de aprovechamiento ( $N$ ).

El estudiante desarrollará un ensayo histórico-biográfico relevante, donde se detalle la línea de vida de los principales matemáticos relacionados con la geometría analítica. El profesor sugiere entre los más destacados a Euclides, Arquímedes, Menecmo, Apolonio de Pérgamo, Omar Khayyám, René Descartes, Pierre de Fermat, G.F. Bernhard Riemann, Bonaventura Cavalieri, Gregorio Fontana, Charles Briot, Julio Rey Pastor, entre otros. Dicho ensayo representa el 5% restante de la nota de aprovechamiento ( $N$ ).

Los estudiantes con  $N \geq 7,0$  aprobarán el curso; los que obtengan  $N < 6,0$  lo perderán; los que obtengan  $6,0 \leq N < 7,0$  tendrán derecho al examen de ampliación, que se realizará el día Miércoles 13 de Julio a las 8:00 am.

## 5 Bibliografía

Como texto principal para el curso, se seguirán los *Apuntes: Geometría Analítica 2014*, del Prof. Giovanni Sanabria.

Además, existen muchos ejemplares buenos sobre geometría analítica, y en general, sobre geometría elemental que dedican apartados importantes a la geometría analítica. A continuación se mencionan algunos de los más destacados:

1. T. Apostol, *Calculus*, –2nd. ed.– vol. 1 and 2, John Wiley & Sons Inc., N.Y., U.S.A., 1967.
2. Ch. Briot, P. Appel, M. Bouquet, *Leçons de Géométrie Analytique*, –14.éd.–Paris, C. Delagrave, 1890.
3. H. H. Eves, *Estudio de las Geometrías*, UTEHA, México, 1969.
4. L. González, *Lugares Geométricos*, Publ. Univ. de Costa Rica, 1962.
5. R. Hartshorne, *Geometry: Euclid and Beyond*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2005.
6. Ch. H. Lehmann, *Analytic Geometry*, John Wiley & Sons Inc., N.Y., U.S.A., 1942.
7. J. R. Pastor, L. A. Santaló y M. Balanzat, *Geometría Analítica*, 4<sup>a</sup> ed., Kapelusz, Buenos Aires, 1959.
8. L. S. Shively, *Introducción a la Geometría Moderna*, Continental, México, DF, 1961.
9. J. C. Várilly, *Elementos de Geometría Plana*, –2.ed.–[San José], Costa Rica: Edit. UCR, 2014.

— Ronald A. Zúñiga-Rojas —  
[ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr](mailto:ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr)  
(+506) 2511-3450