

## Carta al estudiante

### MA1030

## Introducción a la Probabilidad

### Introducción

Estimado estudiante, reciba la más cordial bienvenida al curso MA1030 Introducción a la Probabilidad. Este es un curso de cuatro créditos, dirigido a estudiantes de la carrera de Bachillerato en Economía. Se estudian los conceptos básicos de la teoría de probabilidad y sus aplicaciones, principalmente a la economía y las finanzas. El curso posee una carga de 4 créditos, lo cual indica que demanda 12 horas semanales.

### Objetivos

#### General

Adquirir el conocimiento y las destrezas básicas de la teoría de probabilidad como herramienta en el análisis y modelización de fenómenos aleatorios.

#### Específicos

1. Comprender y aplicar los resultados fundamentales de probabilidad en espacios discretos por medio del uso de elementos de combinatoria.
2. Reconocer los diferentes tipos de distribuciones discretas y su uso para modelar fenómenos aleatorios.
3. Comprender y aplicar los teoremas básicos de probabilidad en espacios generales.
4. Comprender y desarrollar destrezas para aplicar de manera correcta el concepto de variable aleatoria, distribución, esperanza, varianza y desviación estándar.
5. Comprender y utilizar correctamente los conceptos de distribución conjunta, distribución marginal, distribución condicional, covarianza y correlación.
6. Comprender y aplicar correctamente los conceptos de función generadora de momentos.

7. Comprender y aplicar correctamente los principales teoremas sobre límites de variables aleatorias.
8. Comprender el rango de aplicación de la teoría de probabilidad en la economía y las finanzas, así como ser capaz de desarrollar modelos sencillos para la simulación de fenómenos aleatorios.

## Contenidos

1. Combinatoria: Principio básico de conteo, permutaciones, combinaciones, fórmula del binomio, aplicaciones.
2. Espacios de probabilidad: Los axiomas de probabilidad, espacio muestral, eventos, propiedades elementales, probabilidad clásica, espacios discretos, independencia de eventos, probabilidad condicional, independencia de eventos, fórmula de Bayes, principio de inclusión exclusión.
3. Variables aleatorias discretas: El concepto de variables aleatoria, variables discretas, esperanza y varianza, distribución, tipos especiales de variables discreteas: Bernoulli, Binomial, geométrica, binomial negativa, entre otras.
4. Variables aleatorias continuas: Funciones de distribución, funciones de densidad, esperanza y varianza de una variable continua, variables uniformes, normales, exponenciales, gamma, Weibull, Cauchy, Beta, entre otras.
5. Distribuciones conjuntas: Distribución conjunta, independencia de variables, covarianza, correlación, densidad marginal, varianzas y covarianzas de sumas de variables, densidad de suma de variables aleatorias, esperanza de funciones de variables aleatorias distribuidas conjuntamente, transformación de variables aleatorias y distribución condicional.
6. Función generadora de momentos (FGM): FGM de variables aleatorias, FGM de variables resultantes de la suma de variables aleatorias independientes, cálculo de momentos de una variable y relación con la gráfica de la función de densidad de una variable.
7. Teoremas sobre límites de variables: Lema de Borel - Cantelli, desigualdad de Chebyshev, ley débil de grandes números, el teorema del límite central, ley fuerte de grandes números.

## Objetivos de aprendizaje

A continuación, se detallan los objetivos específicos que se espera que logren los estudiantes. Los mismos son considerados para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

### I PARCIAL

1. Aplicar los principios básicos de combinatoria para calcular probabilidades en espacios discretos.
2. Calcular probabilidades usando independencia de eventos, probabilidad condicional, formula de Bayes y el principio de inclusión-exclusión.
3. Determinar las variables aleatorias discretas que modelan fenómenos dados.
4. Calcular la probabilidad de un evento modelado por una variable aleatoria discreta.
5. Calcular la función de densidad de variables aleatorias discretas.
6. Calcular la esperanza y la varianza de variables aleatorias discretas. Además, utilizar la distribución de estas variables para resolver problemas aplicados.

### II PARCIAL

1. Calcular la probabilidad de un evento modelado por una variable aleatoria continua dada.
2. Calcular la esperanza y la varianza de variables aleatorias continuas.
3. Calcular la función de densidad de variables aleatorias continuas.
4. Calcular la densidad marginal de una variable.
5. Calcular la probabilidad de un evento modelado por dos variables distribuidas conjuntamente.
6. Calcular funciones de densidad conjuntas de variables independientes.
7. Determinar si dos variables aleatorias son independientes a partir de su función de densidad conjunta.
8. Calcular la covarianza y la correlación de dos variables aleatorias.
9. Determinar el valor de la esperanza y varianza de sumas de variables aleatorias.

### III PARCIAL

1. Calcular la densidad de suma de variables aleatorias.
2. Calcular la densidad conjunta de una transformación de variables aleatorias.
3. Calcular una densidad condicional y esperanza condicional. Resolver problemas aplicados con esperanza condicional.
4. Calcular densidades conjuntas a partir de las densidades condicionales y densidades marginales a partir de densidades condicionales.
5. Calcular la función generadora de momentos de una variable aleatoria, estimar los momentos de una variable y propiedades de su función de densidad a partir de los momentos.
6. Aplicar la desigualdad de Chebyshev, la ley fuerte o débil de los grandes números en problemas aplicados.
7. Usar el teorema central del límite para aproximar probabilidades en problemas aplicados.

## Cronograma

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| 13 y 16 de agosto<br>(semana 1)    | Principio básico de conteo, permutaciones, combinaciones.<br><br>Introducción al álgebra booleana. Cardinalidad.  |
| 20 y 23 de agosto<br>(semana 2)    | Espacios de probabilidad discretos: Experimento, espacio muestral, evento, probabilidad discreta, propiedades de la probabilidad discreta.<br><br>Probabilidad condicional e independencia. |
| 27 y 30 de agosto<br>(semana 3)    | Fórmula de Bayes.<br><br>Medida de probabilidad, propiedades de las medidas de probabilidad. Concepto de variable aleatoria (v. a.). Introducción a las v. a. discretas.                    |
| 3 y 6 de setiembre<br>(semana 4)   | V. a. discretas particulares: Bernoulli, binomial, geométrica, binomial negativa, Poisson, hipergeométrica.   |
| 10 y 13 de setiembre<br>(semana 5) | Esperanza de v. a. discretas, propiedades de la esperanza.<br><br>Desviación estándar de las variables discretas.   |
| 17 y 20 de setiembre<br>(semana 6) | Definición de v. a. continua, función de densidad y función de probabilidad.<br><br><b>20 de setiembre: I Parcial (Semanas 1-5)</b>   |
| 24 y 27 de setiembre<br>(semana 7) | V. a. continuas particulares: Uniforme, Exponencial y Normal.<br><br>Funciones de v. a. continuas. Distribuciones lognormal y Weibull.  |
| 1 y 4 de octubre<br>(semana 8)     | V. a. continuas particulares: Gamma y Beta.<br><br>Esperanza de v. a. continuas.  |

|   |  |
|---|--|
| 8 y 11 de octubre<br>(semana 9)               | <p>Varianza de v. a. continuas.</p> <p>Introducción a las distribuciones conjuntas. Independencia y distribución conjunta. Distribuciones marginales.</p>  |
| 15 y 18 de octubre<br>(semana 10)             | <p><i>15 de octubre: feriado</i></p> <p>Esperanza de las v. a. distribuidas conjuntamente. Esperanza de la suma de v. a. Covarianza y correlación. Varianza de la suma de v. a.</p>  |
| 22 y 25 de octubre<br>(semana 11)             | <p>Esperanza de las funciones de v. a. distribuidas conjuntamente</p> <p><b>25 de octubre: II Parcial (Semanas 6-10)</b><br/><b>Asignación de la tarea</b></p>   |
| 29 de octubre y 1 de noviembre<br>(semana 12) | <p>Distribución de suma de v. a. independientes.</p> <p>Transformaciones de v. a. distribuidas conjuntamente.</p>  |
| 5 y 8 de noviembre<br>(semana 13)             | <p>Funciones de densidad condicionadas.</p> <p><b>5 de noviembre: Entrega de la tarea</b></p>  |
| 12 y 15 de noviembre<br>(semana 14)           | <p>Función generadora de momentos.</p>   |
| 19 y 22 de noviembre<br>(semana 15)           | <p>Lemas sobre cotas de probabilidades: Desigualdad de Markov y desigualdad de Chebyshev.</p> <p>Teoremas de convergencia de variables independientes e idénticamente distribuidas: ley débil de los grandes números, ley fuerte de los grandes números y Teorema del Límite Central</p> |
| 26 y 29 de noviembre<br>(semana 16)           | <p>Repaso</p> <p><b>29 de noviembre: III Parcial (Semanas 11-15)</b></p>   |

## Metodología

Este curso se desarrollará mayoritariamente por medio de clases magistrales en las que el profesor expondrá los contenidos estipulados. Aunado a esto, se dispondrá de tiempos en las lecciones para que los y las estudiantes realicen ejercicios en los que utilicen los contenidos expuestos por el profesor, para contribuir a la comprensión de los contenidos expuestos en la clase.

Las prácticas, anuncios y otros documentos importantes se colocarán en el enlace <https://sites.google.com/site/cursosluisrojas/ma1030>

## Evaluación

La evaluación del curso consistirá de tres exámenes parciales y una tarea en la que se aplicarán los conocimientos del curso a un conjunto de datos. Cada examen parcial tendrá un peso de 30% de la nota final, con excepción del examen más bajo, que tendrá un peso de 25%. La tarea tendrá un valor de 15%.

El curso se aprueba con una nota de aprovechamiento (NA) mayor o igual 6.75, se tiene derecho a un examen de ampliación si se obtiene una NA mayor o igual a 5.75 y menor a 6.75 y, se reprueba si se obtienen una nota menor a 5.75.

Las fechas de exámenes son las siguientes:

- Suficiencia: 12 de setiembre, 8:30 am.
- I Parcial: 20 de setiembre, 9:00 am.
- Reposición I Parcial: 3 de octubre, 1:00 pm.
- II Parcial: 25 de octubre, 9:00 am.
- Reposición II Parcial: 7 de noviembre, 1:00 pm.
- III Parcial: 29 de noviembre, 9:00 am.
- Reposición III Parcial: 5 de diciembre, 1:00 pm.
- Ampliación: 14 de diciembre, 8:00 am.

### *Reposición de examen*

En caso de requerir una reposición de examen debe llenar la solicitud correspondiente que se encuentra en la página <http://www.emate.ucr.ac.cr/es/content/documentos-y-formularios>. Este formulario debe ser entregado al coordinador del curso, junto con la

documentación oficial, en la que se indiquen las razones de la ausencia al examen, las cuales deben estar acordes a las autorizadas por el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil

([http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)).

## Contacto

El coordinador del curso es el prof. Luis Rojas Torres, su correo es [luismiguel.rojas@ucr.ac.cr](mailto:luismiguel.rojas@ucr.ac.cr) y su horario de consulta son los lunes de 1:00 pm a 3:30 p.m.

## Bibliografía

Cambronero, S. (s. f.). Notas del curso MA1030. Documento inédito.

Hoel, P. et al. (1972). Introduction to Probability Theory. Boston: Houghton Mifflin Company.

Mood, A. M. y Graybill, F. A. (1952). Introducción a la teoría de la estadística [trad. R. Probermejo]. Madrid: Aguilar Ediciones.

Pitman, J. (1993). Probability. Nueva York: Springer Verlag,

Ross, S. A. (2010). First Course in Probability (8th ed). New Jersey: Prentice Hall.