



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICA

Tel.: (506) 2511-6551 Fax: (506) 2511-5810

<http://www.emate.ucr.ac.cr/>



Carta al Estudiante *Información general*

Nombre del curso:	Cálculo para Ciencias Económicas I
Sigla:	MA-1021
Naturaleza del curso:	Teórico- práctico
Horas presenciales:	5
Horas estudio independiente:	7
Horas totales:	12
Modalidad:	Semestral
Créditos:	4
Requisito:	MA-0001
Correquisito:	Ninguno

Estimado estudiante:

Reciba una cordial bienvenida de parte de la cátedra de MA-1021. A continuación, se le presenta información importante respecto al desarrollo del curso, realice una lectura cuidadosa y calendarice las fechas más relevantes.

ASPECTOS GENERALES DEL CURSO:

I. INTRODUCCION:

Este es un curso de cinco horas lectivas semanales y un valor de cuatro créditos. Esto significa que debe dedicar al menos 12 horas de estudio por semana. En él se pretende introducir al estudiante en el cálculo diferencial e integral en una variable, dando énfasis a aquellas herramientas necesarias en los cursos de las carreras de Ciencias Económicas.

Durante el curso se trata de incentivar en el estudiante el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en las temáticas del cálculo diferencial e integral.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica durante el desarrollo de las lecciones, utilizar adecuadamente sus conocimientos previos y aprovechar al máximo el trabajo extraclase asignado. Debe resolver los ejercicios planteados luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

Como apoyo a esta tarea, todos los profesores de la cátedra cuentan con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes del curso. Las horas de consulta de cada docente serán publicadas oportunamente en la pizarra informativa del curso (ubicada en el segundo piso del edificio de Física-Matemática exteriores del aula 213). En esta misma pizarra se publicarán todos los avisos importantes del curso y en la página web www.emate.ucr.ac.cr y en la plataforma Moodle, <http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/>, por lo que le recomendamos revisarlas de manera frecuente. El procedimiento y la clave para registrarse en la plataforma lo proporcionará su profesor el primer día de clase.

Otro apoyo adicional, en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los centros de repaso para examen. Se desarrollan el día hábil previo a cada examen parcial. La hora y el lugar serán publicados oportunamente en el sitio Moodle del curso. Para más detalles puede contactarse con el CASE de Ciencias Agroalimentarias al 2511-5662.

II. OBJETIVOS GENERALES DEL CURSO:

Al finalizar el curso se espera que el estudiante logre:

- a. Aplicar las funciones de variable real para modelar y resolver problemas propios de su área de estudio.
- b. Utilizar el cálculo diferencial en una variable como herramienta en la solución de problemas.
- c. Utilizar el cálculo integral en una variable como herramienta en la solución de problemas.

III. OBJETIVOS ESPECIFICOS:

Se espera que el estudiante pueda:

- a. Formular y resolver problemas propios de su área utilizando las funciones de variable real.
- b. Resolver problemas propios de su área aplicando las progresiones (aritméticas y geométricas).
- c. Calcular límites de funciones de variable real, aplicando las principales propiedades de los mismos
- d. Reconocer cuándo una función es continua en un punto o en un conjunto.
- e. Calcular derivadas de funciones en una variable, tanto por medio de la definición como por reglas de derivación.
- f. Construir gráficas de funciones elementales utilizando el cálculo diferencial.
- g. Resolver problemas propios de su área de estudio utilizando la derivación como herramienta.
- h. Calcular integrales definidas e indefinidas mediante el uso de diferentes métodos.
- i. Calcular áreas entre curvas utilizando la integral definida.
- j. Determinar la convergencia o divergencia de integrales impropias de primera especie, por métodos elementales.

IV. PROGRAMA:

A continuación se detallan los temas del programa y se indica una guía de la distribución por semanas de los contenidos del curso.

Tema 1. Aplicación de funciones y progresiones: (2 semanas aproximadamente)

Costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, curva de oferta, curva de demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado). Progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple e interés compuesto. Resolución de problemas.

Tema 2. Límites y Continuidad:(3 semanas aproximadamente)

(a) Límites. Concepto de límite y sus propiedades, incluyendo límites laterales. Cálculo de límites de las formas $0/0$, $\infty-\infty$, $0 \cdot \infty$, ∞/∞ , por diferentes métodos (a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable, definición de valor absoluto). Cálculo de límites en funciones de criterio dividido y a partir de gráficas. Límites infinitos, límites al infinito, asíntotas (verticales, horizontales, oblicuas).

(b) Continuidad. Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio y sus propiedades algebraicas.

Tema 3. Derivación: (6 semanas aproximadamente)

(a) Derivadas. Cálculo de derivadas por definición. La derivada como una razón de cambio. Reglas de derivación (incluye regla de la cadena y derivación implícita). Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivadas de orden superior.

(b) Extremos de una función. Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada.

(c) Aplicaciones de la derivada a las Ciencias Económicas. Trazado de curvas (incluye el estudio de asíntotas). Problemas de optimización. Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa. Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro. El teorema de L'Hôpital para calcular límites.

Tema 4. Integración en una Variable (5 semanas aproximadamente)

(a) La integral. Antiderivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Problemas con condiciones iniciales. Integral definida y sus propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo. Técnicas de integración: sustitución, integración por partes, fracciones simples. Valor promedio de una función.

(b) Aplicaciones. Área entre curvas. Excedente del consumidor y del productor.

(c) Integrales impropias. Integrales impropias de primera especie: definición, análisis de la convergencia usando la definición, p-integrales, criterios de convergencia (condición necesaria, comparación directa y comparación mediante límites).

V. CRONOGRAMA:

El presente cronograma es una guía, de la distribución por semana de los contenidos del curso, cada docente está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesarias según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial (los contenidos a evaluar se discuten y aprueban en reunión de cátedra).

Se recuerda que en el sitio del curso en la plataforma Moodle se encuentra material complementario, así como recursos adicionales.

CRONOGRAMA RECOMENDADO

	Fecha	Contenidos
1	13-17 de marzo	Costo total, costo medio, ingreso total, utilidad, oferta, demanda, punto de equilibrio (de empresa y de mercado), curvas de oferta y curvas de demanda.
2	20-24 de marzo	Progresiones aritméticas y geométricas. Interés simple e interés compuesto. Resolución de problemas.
3	27-31 de marzo	Concepto de límite y sus propiedades, incluyendo límites laterales. Cálculo de límites de las formas $0/0$, $\infty-\infty$, 0∞ , ∞/∞ , por diferentes métodos (a partir de: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, cambio de variable), definición de valor absoluto.
4	3-7 de abril	Cálculo de límites en funciones de criterio dividido y a partir de gráficas. Límites infinitos, límites al infinito, asíntotas (verticales, horizontales, oblicuas).
	10-14 de abril	Semana Santa
5	17-21 de abril	Concepto de continuidad en un punto y en un intervalo. Ejemplos de funciones continuas en todo su dominio y sus propiedades algebraicas. Clasificación de las discontinuidades. Cálculo de derivadas por definición.
	19 de abril	I EXAMEN PARCIAL, 1 p.m.
		Reposición sábado 6 de mayo, 1 p.m.
6	24-28 de abril	La derivada como una razón de cambio. Reglas de derivación (incluye regla de la cadena y derivación implícita). Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivadas de orden superior
7	2-5 de mayo	Máximos y mínimos (absolutos y relativos). Punto crítico. Teorema del valor extremo (método para calcular valores extremos). Teorema de Fermat (en un extremo local derivable la primera derivada se anula). Relación entre monotonía y signo de la primera derivada. Criterio de la primera derivada. Relación entre concavidad y signo de la segunda derivada. Punto de inflexión. Criterio de la segunda derivada.

8	8-12 de mayo	Trazado de curvas (incluye el estudio de asíntotas). Razón de cambio: promedio, instantánea y relativa.
9	15-19 de mayo	Problemas de funciones marginales: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.
10	22-26 de mayo	REPASO Problemas de optimización de funciones de una variable
	24 de mayo	II EXAMEN PARCIAL, 1pm Reposición: sábado 3 de junio 1pm
11	29 de mayo al 2 de junio	Problemas de optimización de funciones de una variable.(continuación) El teorema de L'Hôpital para calcular límites.
12	5-9 de junio	Anti derivada. Integral indefinida, reglas básicas de integración. Problemas con condiciones iniciales. Integral definida y sus propiedades. Teoremas fundamentales del cálculo
13	12-16 de junio	Técnicas de integración: sustitución, integración por partes. Se incluyen integrales con valor absoluto.
14	19-23 de junio	Integrales por fracciones parciales o simples. Valor promedio de una función. Área entre curvas. Excedente del consumidor y del productor.
15	26-30 de junio	Integrales impropias. Integrales impropias de primera especie: definición, análisis de la convergencia usando la definición, p-integrales, criterios de convergencia (condición necesaria, comparación directa y comparación mediante límites).
16	3-7 de julio	REPASO
	10 de julio	III EXAMEN PARCIAL, 1 p.m. Reposición: sábado 14 de julio

VI. EVALUACION:

Durante el curso se realizarán tres pruebas parciales y tres pruebas cortas. Aquellas pruebas parciales donde obtenga las notas más bajas tendrá un peso del 30%; mientras que la más alta se pondera con un 35%. El promedio de las tres pruebas cortas (quices) tendrá un peso de 5%. El promedio final se calculará de la siguiente manera:

Cálculo de la Nota de Aprovechamiento del curso (NA)

Considerando **A**, **B** y **C** son las calificaciones de los tres exámenes parciales y **Q** como la nota promedio de los quices, y suponiendo que **A** es la nota mayor de los tres exámenes parciales

$$NA = 0,35A + 0,30B + 0,30C + 0,05Q$$

Los quices serán en línea, se podrán realizar solo en las semanas indicadas, sin embargo se podrán repetir una única vez con el fin de obtener una mejor nota. Sus contenidos serán los que ha estudiado al momento, de acuerdo con lo que establece el cronograma anterior. Los docentes estarán recordando los contenidos, así como las semanas en que se realizan los mismos.

Reporte de la Nota Final

Para efectos de la nota final del curso se consideran los criterios según el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (artículos 25 y 28), los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada a la unidad o media unidad más próxima.

- En casos intermedios se redondeará a la media unidad o unidad superior más próxima.
- Si es mayor o igual que 7.0 entonces aprueba el curso.
- Si es 6.0 ó 6.5 entonces tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota redondeada mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso (en este caso se le reporta 7.0 como nota final), de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si es menor que 6.0 entonces no aprueba el curso.

VII. CALENDARIO DE EXAMENES:

Examen	Fecha de Examen Parcial	Temas que Cubre *	Fecha del Examen de Reposición
Primer parcial	Miércoles 19 de abril, 1pm	Semanas 1 a 4	S 6 de mayo 1pm
Segundo parcial	Miércoles 24 de mayo, 1pm	Semanas 5 a 9	S 3 de junio 1pm
Tercer parcial	Lunes 10 de julio, 1pm	Semana 10 a 16	Viernes 14 de julio 1pm

Pruebas cortas	Fecha	Contenidos **
Prueba corta 1	29 de marzo al 5 de abril	Semanas 1 a 3
Prueba corta 2	3 al 10 de mayo	Semanas 5 a 7
Prueba corta 3	21 al 28 de junio	Semanas 10 a 14

(*) El temario está sujeto a ratificación por parte de la cátedra dos semanas previas a cada aplicación.

(**) Estos contenidos están sujetos a cambios según el avance de la mayoría de los grupos del curso

Examen de Ampliación y Suficiencia: viernes 21 de julio 8 a.m.

Fechas especiales

Día de la Juan Santamaría: martes 11 de abril.

Semana Santa: del 10 al 14 de abril.

Semana Universitaria: del 24 al 29 de abril

Día del Trabajo: lunes 1 de mayo.

Fin de lecciones: 7 de julio.

Los exámenes de ampliación y suficiencia contemplan todos los temas del curso.

Con respecto al lugar de los exámenes, además de toda información relevante sobre el curso, se publicará en la pizarra informativa (ubicada en el segundo piso del edificio de Física-Matemática exteriores del aula 213), y en la página web www.emate.ucr.ac.cr, en la plataforma Moodle, <http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/> en días previos a la prueba. Es imperativo consultarlas.

Disposiciones para la realización de las evaluaciones:

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

1. Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual.
2. Debe presentar alguna identificación válida (cédula, licencia de conducir o carné universitario con fotografía, vigente y en buen estado) ***de lo contrario no podrá efectuar la prueba.***
3. La resolución del examen es en un cuadernillo de examen (***no se permiten hojas sin grapar***) y debe usar bolígrafo de tinta azul o negra.
4. ***No está permitido que el estudiante utilice su celular o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas.***
5. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente.
6. Solamente se permitirán calculadoras científicas básicas o de menor potencia, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares ni tabletas.
7. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA-1021. ***No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.***

Exámenes de reposición:

Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tales como enfermedades (***con justificación médica***), o choques de exámenes (con constancia del coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán solicitar realizar el examen de reposición. Para esto el proceso que se sigue es el siguiente:

1. Completar el ***Formulario de solicitud de reposición*** (se adquiere en la secretaría de la Escuela de Matemática, también se descarga del sitio Moodle del curso o bien de la página de la Escuela de Matemática <http://www.emoodle.emate.ucr.ac.cr>), y adjuntar la respectiva constancia para luego depositarla en el casillero de la coordinación de MA1021(casillero 56, segundo piso del edificio de Física y Matemática).
2. Finalmente, el estudiante debe enviar un correo electrónico a la coordinación del curso para confirmar el recibido de su solicitud. La solicitud será aprobada siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). Por tal motivo tres días antes del examen de reposición se publicará el listado y condición de las solicitudes tramitadas tanto en la pizarra informativa como en el sitio Moodle del curso.

Calificación de exámenes:

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos aspectos relevantes de este son:

- Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.
- La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según su criterio.
- Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el docente y el estudiante en cuanto a la calificación, éste último podrá apelar ante el Director de la Escuela de Matemática en los tres días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso. El Director, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar siete días hábiles después de recibida la apelación.

VIII. OBJETIVOS DE EVALUACION:

A continuación se detallan los aspectos que el estudiante debe estar en capacidad de hacer en cada prueba parcial.

A) Primer Examen Parcial

A continuación se detallan las capacidades que se espera el estudiante desarrolle.

1. Utilizar funciones de variable real en la formulación y resolución de problemas que involucren los conceptos de costos totales, costo medio, ingresos totales, utilidad, punto de equilibrio de una empresa, curvas de oferta y de demanda, punto de equilibrio de mercado.
2. Resolver problemas en que se requiere el uso de progresiones aritméticas y geométricas, de interés simple y compuesto.
3. Calcular límites (incluye laterales) a partir de la gráfica de una función, tanto en valores puntuales como al infinito.
4. Calcular límites de las formas $0/0$, $\infty-\infty$, 0∞ , ∞/∞ , por diferentes métodos: factorización, simplificación de fracción algebraica, racionalización, sustitución, con definición de valor absoluto.
5. Determinar los valores de parámetros para que una función sea continua en todo su dominio
6. Calcular límites laterales, infinitos y al infinito. Calcular límites en funciones de criterio partido, funciones elementales. En caso que el límite no exista argumentar las razones que sustenten tal afirmación.

B) Segundo examen parcial

1. Analizar la continuidad de una función en un punto.
2. Determinar las discontinuidades (incluye clasificarlas) de una función dado su criterio o gráfica.
3. Determinar los valores de parámetros para que una función sea continua en todo su dominio,
4. Calcular la primera derivada usando la definición de derivada (inclusive derivada puntual).
5. Calcular derivadas (inclusive de orden superior) de funciones algebraicas, exponenciales y logarítmicas usando las reglas de derivación correspondientes. Incluye la Regla de la Cadena y derivación implícita.
6. Identificar valores extremos (absolutos y relativos) a partir una gráfica.
7. Determinar los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado.
8. Relacionar el signo de la primera derivada con la monotonía de la función y el signo de la segunda derivada con la concavidad.
9. Conocer y aplicar correctamente los criterios de la primera y la segunda derivada para determinar extremos relativos.
10. Determinar valores críticos y puntos de inflexión de una función.
11. Resolver problemas vinculados con valores críticos y puntos de inflexión.
12. Determinar asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una función a partir de su criterio.
13. Graficar funciones a partir del estudio completo (dominio, intersecciones con los ejes, análisis de monotonía, puntos críticos, análisis de concavidad, puntos de inflexión, análisis de asíntotas, cuadro resumen). El estudio completo puede ser dado o se solicita elaborarlo de forma parcial.
14. Resolver problemas que involucren los conceptos: costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal, costo medio marginal, producto del ingreso marginal, propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro.

C) Tercer examen parcial

1. Resolver problemas de optimización de funciones de una variable con una restricción. Aquí se contemplan funciones de área y perímetro para cuadrados y rectángulos; además de costos, ingresos y utilidades.
2. Obtener la antiderivada de una función dada.
3. Calcular integrales indefinidas mediante las reglas básicas de integración.
4. Resolver problemas con condiciones iniciales.
5. Extender los algoritmos de integración a integrales definidas. Su relación con el Teorema Fundamental del cálculo.
6. Aplicar las reglas de integración: sustitución, por partes y fracciones parciales.
7. Calcular el valor promedio de una función.
8. Calcular el área comprendida entre curvas.
9. Aplicar los conceptos de integración al excedente del consumidor y del productor.
10. Determinar la convergencia de integrales impropias de primera especie, usando la definición.

11. Determinar la convergencia de integrales impropias de primera especie, usando los criterios: condición necesaria (primera especie), comparación directa y comparación al límite.

X Bibliografía:

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para el docente y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

- [1] Acuña, L. y Calderón, C. *Ejercicios de Matemática para Administración, Cálculo*. Editorial Tecnológica de Costa Rica. Cartago, Costa Rica, 2010.
- [2] Arias, T y Poveda, W. *Matemática Elemental*. Editorial UCR. San José, Costa Rica, 2011.
- [3] Arya, J y Lardner, R. *Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía*. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A. México. Cuarta Edición, México, 2002.
- [4] Barrantes, H. *Matemática básica para administración*. EUNED, Costa Rica. Primera Edición, 2009.
- [5] Figueroa, N. y Ramírez, V. *Notas para Matemáticas para Ciencias Económicas I*. Escuela de Matemáticas de Universidad de Costa Rica 2008. Por publicar.
- [6] Haeussler, E. Jr.; Paul, R. S. *Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la Vida*. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S. A. Décima Edición, México, 2003.
- [7] Larson, R; Hostetler, R; y Edwards, B. *Cálculo*. Volume I. Editorial McGraw-Hill, Novena Edición, México, 2010.
- [8] Tan, T. *Matemática para Administración y Economía*. International Thomson Editores. México, Segunda Edición, 2002.
- [9] Steward, J. *Cálculo en una variable*. Australia : Cengage Learning. Sexta Edición, 2008.
- [10] Swokowsky, E; Cole, J. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. International Thomson Editores. Décima Edición, 2002.

Cordialmente,
Ma. Antonieta Díaz C.
Coordinadora Ma-1021
Oficina 264 IF
Casillero 96, segundo piso Edificio Físico-Matemática
maria.diazcampos@ucr.ac.cr
diazant2015@gmail.com

Cc. Archivo del Curso, Departamento de Matemática Aplicada

NOTA: en este documento cuando se refier al estudiant , el docente, debe entenderse como el y la estudiante, o el docente y la docente, de acuerdo con lo indicado por la Real Academia de la Lengua. www.rae.es/consultas.