



---

**MA-0292 ÁLGEBRA LINEAL PARA COMPUTACIÓN  
CARTA AL ESTUDIANTE  
II CICLO 2018**

<b>Naturaleza del curso:</b>	<b>Teórico-Práctico</b>
<b>No de horas presenciales:</b>	<b>5</b>
<b>No de horas estudio independiente:</b>	<b>7</b>
<b>Horas totales:</b>	<b>12</b>
<b>Modalidad:</b>	<b>Semestral</b>
<b>Créditos:</b>	<b>4</b>
<b>Requisitos:</b>	<b>MA-0291 o MA-0129</b>
<b>Correquisito:</b>	<b>Ninguno</b>
<b>Nombre anterior:</b>	<b>MA-0429: Matemática para Computación IV</b>

**Estimado(a) estudiante:**

Reciba una cordial bienvenida y esperamos que este curso contribuya de manera significativa en su formación profesional. Este documento le proporcionará la información referente a la descripción, objetivos, contenido, evaluación, cronograma y bibliografía del mismo.

**I-DESCRIPCION.**

Este es un curso introductorio de álgebra lineal para los estudiantes de la carrera de Ciencias de la Computación e Informática. En el mismo, se le ofrece al estudiante, de una manera práctica, la oportunidad de comprender y desarrollar habilidades básicas relacionadas a la teoría de matrices, así como de espacios

vectoriales y transformaciones lineales. Ambos, campos de la matemática que proveen herramientas útiles, tanto conceptuales como procedimentales, para la matemática superior y sus aplicaciones. Su utilidad práctica se ha consolidado en distintas ramas como ingeniería, ciencias de la computación e informática, matemáticas, física, biología, economía y estadística. Este se apoya fuertemente en los fundamentos adquiridos por los estudiantes en los temas de lógica, argumentación, inducción, relaciones y funciones del curso MA-291.

## **II- OBJETIVOS GENERALES.**

1. Contribuir a la formación matemática del estudiante esencial para describir, entender y resolver problemas de su disciplina.
2. Contribuir en la habilidad del estudiante para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y sus aplicaciones.
3. Que el estudiante desarrolle el dominio de los temas básicos del álgebra lineal.

## **III- OBJETIVOS ESPECIFICOS.**

1. Conocer el álgebra de matrices y aplicarla correctamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.
2. Lograr que el estudiante pueda aplicar estos conceptos a problemas de modelaje que involucren sistemas de ecuaciones lineales.
3. Aplicar las propiedades básicas del determinante de una matriz.
4. Aplicar algoritmos para estudiar y resolver sistemas de ecuaciones lineales.
5. Determinar cuando existe la inversa de una matriz cuadrada y calcular esta matriz.
6. Conocer la estructura de espacio vectorial y ejemplos de espacios vectoriales:  $\mathbb{R}^n$ , el conjunto de matrices  $m \times n$ , el conjunto de los polinomios de grado menor o igual a  $k$ , etc.
7. Aplicar la geometría vectorial básica en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ : suma de vectores, multiplicación por escalar, propiedades de la norma de un vector, proyección de un

vector sobre otro vector y el producto cruz de vectores en  $\mathbb{R}^3$ . La ecuación de la recta, la ecuación del plano así como los conceptos de perpendicularidad y paralelismo.

8. Utilizar adecuadamente los conceptos y propiedades generales de combinación lineal, conjunto generador, espacio generado, independencia lineal, dependencia lineal, base, vector de coordenadas en una base, dimensión, subespacio vectorial. En casos particulares, determinar cuándo se dan las condiciones de éstos y sus propiedades específicas.
9. Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita en los espacios  $\mathbb{R}^n$ .
10. Obtener una base ortogonal a partir de una base dada de un espacio vectorial.
11. Determinar si una transformación dada, de un espacio vectorial  $V$  en otro espacio vectorial  $W$  es una transformación lineal.
12. Representar una transformación lineal por medio de una matriz.
13. Conocer las propiedades básicas de las aplicaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
14. Determinar si una transformación es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, o invertible.
15. Determinar la composición de transformaciones lineales y la inversa de una transformación lineal.
16. Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal; conocer y aplicar el teorema de las dimensiones o teorema del rango.
17. Representar una transformación lineal mediante la matriz asociada a bases dadas de su dominio y de su codominio.
18. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
19. Obtener los valores propios de una matriz cuadrada y los espacios propios asociados a cada valor propio.
20. Determinar si una matriz o transformación lineal, es diagonalizable o no. Además, si es diagonalizable ortogonalmente o no.
21. Lograr que el estudiante pueda aplicar esto para clasificar formas cuadráticas y superficies cuadráticas.

## **IV- CONTENIDOS**

### **1- Algebra matricial (1 semana)**

1.1 Definición de matriz  $m \times n$  en  $\mathbb{R}$ . Tipos especiales de matrices: cuadrada, nula, diagonal, identidad, simétrica y triangular. Operaciones con matrices: igualdad, suma, producto por un escalar, transposición, multiplicación matriz-vector y multiplicación matriz-matriz.

1.2 Operaciones de fila sobre una matriz  $m \times n$ , matrices equivalentes, matriz escalón y matriz escalón reducida por filas. Rango de una matriz.

### **2- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales: (1 semana)**

2.1 Método de eliminación gaussiana.

2.2 Método de Gauss-Jordan.

### **3- La Inversa de una Matriz. (1 semana)**

3.1 Definición de la matriz inversa. Propiedades de la inversa.

3.2 Relación entre matrices y sistemas de ecuaciones lineales. Para sistemas cuadrados, equivalencia entre invertibilidad de matrices y la existencia de una solución única.

3.3 Método de Gauss-Jordan para encontrar la inversa de una matriz  $n \times n$ .

### **4- Determinantes. (2 semanas)**

4.1 Definición y cálculo de determinantes: de orden 2 y orden  $n$  usando cofactores.

4.2 Propiedades básicas de los determinantes: ceros en sus filas o columnas; filas o columnas iguales o proporcionales; determinante de la transpuesta, de un escalar por una matriz y del producto de matrices. Criterio de no singularidad.

4.3 Operaciones elementales sobre las filas. Relación entre el determinante de una matriz y sus operaciones elementales.

4.4 Cálculo de la matriz inversa usando cofactores.

4.5 Regla de Cramer.

## **5- Espacios vectoriales (4 semanas)**

5.1 Elementos de Geometría vectorial. Suma de vectores, Multiplicación por escalar. Vectores ortogonales y paralelos Norma de un vector. Ángulo entre vectores. Proyección. Producto vectorial, ecuaciones de la recta en  $\mathbb{R}^3$ .

5.2 Ecuaciones del plano en  $\mathbb{R}^3$ . Distancia de un punto al plano, planos paralelos y perpendiculares.

5.3 Espacios y subespacios vectoriales. Subespacios generados. Dependencia e independencia lineal. Conjunto generador. Bases y dimensión. Ejemplos de espacios vectoriales de dimensión finita.

5.4 Espacio fila y columna de una matriz. Rango y el espacio nulo. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

## **6- Ortogonalidad (2 semanas)**

6.1 Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal. Proyección de un vector sobre un subespacio.

6.2 Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales.

## **7- Transformaciones lineales (2 semanas)**

7.1 Transformaciones lineales. Composición de transformaciones lineales y aplicaciones inversas.

7.2 El núcleo y la imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. El teorema de las dimensiones o teorema del rango.

7.3 Matrices asociadas a una transformación lineal. Composición de transformaciones lineales. Cambios de bases y coordenadas para transformaciones lineales.

## **8- Valores y vectores propios de una matriz (3 semanas)**

8.1 Valores y vectores propios de una matriz. Polinomio característico. Subespacios propios. Multiplicidad algebraica y multiplicidad geométrica de un valor propio.

8.2 Existencia de una base de  $\mathbb{R}^n$ , compuesta de vectores propios de una matriz: diagonalización.

8.3 Existencia de una base ortonormal de  $\mathbb{R}^3$  compuesta de vectores propios de una matriz simétrica: diagonalización ortogonal.

8.5 Aplicaciones de la diagonalización: Curvas cuadráticas.

## **V- METODOLOGIA.**

El curso se desarrollará mediante clase magistral, con inclusión de actividades de trabajo individual o en grupos. Para el buen aprovechamiento de las lecciones se espera la participación pro-activa de cada estudiante en las secciones expositivas y en las de actividades.

Se procurará una introducción temprana a los conceptos de espacio vectorial, con el fin de que el estudiante se vaya familiarizando desde el inicio, con el lenguaje y el enfoque de situaciones desde este marco conceptual.

Es clave que los estudiantes lleven la materia al día; con este fin se recomienda una dedicación de 3-4 horas de trabajo académico entre una clase y la siguiente, de manera que sumen las 7 horas de trabajo semanal que se mencionan al inicio de esta carta.

También se recomienda que el estudiante cuente con libros de referencia constante tomados de la bibliografía. Se busca fomentar el progreso del estudiante, en técnicas y conceptos, así como la retroalimentación continua.

## **VI- ACTIVIDADES PARA CUMPLIR LOS OBJETIVOS.**

Para cumplir con los objetivos propuestos, se pretende seguir las estrategias metodológicas en relación a los contenidos, procurando que el estudiante sea capaz de:

## **ALGEBRA MATRICIAL**

1. Reconocer una matriz y su tamaño, identificar sus filas y sus columnas, referirse mediante subíndices a sus elementos, filas y columnas de acuerdo con el lugar que ocupan en la matriz.
2. Clasificar una matriz como cuadrada, triangular inferior, triangular superior, simétrica, diagonal, ortogonal, canónica.
3. Calcular la matriz transpuesta de una matriz.
4. Determinar cuándo es posible sumar, restar, multiplicar dos matrices.
5. Multiplicar matrices y respetar la no conmutatividad del producto de matrices.
6. Realizar operaciones elementales de fila sobre las filas de una matriz para obtener la forma escalonada y la forma escalonada reducida por filas.

## **RESOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**

7. Identificar la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales.
8. Expresar en forma matricial un sistema de ecuaciones lineales, utilizando la matriz aumentada.
9. Aplicar operaciones elementales a las filas de la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales para obtener el conjunto solución del sistema.
10. Conocer el método de eliminación gaussiana y el método de gauss-Jordan para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales.
11. Determinar el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.

## **LA INVERSA DE UNA MATRIZ**

12. Conocer el concepto inverso multiplicativo de una matriz y su unicidad, cuando exista la matriz inversa.
13. Determinar en qué casos una matriz cuadrada tiene inversa; conocer y aplicar criterio del rango o equivalentes.
14. Calcular la inversa de una matriz, cuando ésta exista.

## **DETERMINANTES**

15. Calcular el determinante de una matriz usando cofactores.
16. Conocer las propiedades del determinante de una matriz respecto a las operaciones elementales sobre sus filas o sus columnas.

17. Aplicar operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz para calcular su determinante.
18. Determinar, calculando el determinante, si una matriz cuadrada dada es invertible o no.
19. Calcular matrices inversas usando la técnica de cofactores.

## ESPACIOS VECTORIALES

20. Aplicar las propiedades básicas de los vectores en  $\mathbb{R}^n$ . Norma de un vector. Ángulo entre vectores. Proyección. Producto vectorial en  $\mathbb{R}^3$ .
21. Calcular una ecuación vectorial de la recta y sus ecuaciones equivalentes.
22. Calcular una ecuación vectorial del plano y sus ecuaciones equivalentes.
23. Reconocer la estructura y propiedades algebraicas básicas de espacio vectorial sobre  $\mathbb{R}$ .
24. Determinar si una estructura algebraica dada, sobre un conjunto, lo hace espacio vectorial o no.
25. Reconocer como espacios vectoriales reales a  $\mathbb{R}^n$ , al conjunto de matrices de dimensión  $m \times n$ , al conjunto de polinomios de grado menor o igual que  $k$  y a otras estructuras conocidas por los estudiantes.
26. Determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un subespacio vectorial.
27. Reconocer subespacios formados por las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores de un espacio vectorial.
28. Hallar un conjunto generador de vectores para un subespacio vectorial dado.
29. Conocer y utilizar correctamente los conceptos de base y dimensión de un espacio vectorial, así como los teoremas que los relacionan con la independencia o dependencia lineal de subconjuntos finitos de  $k$  vectores.
30. Hallar bases para los espacios fila, columna y núcleo de una matriz.
31. Hallar bases para subespacios generados por un conjunto de vectores conocidos.
32. Determinar el vector coordenado de un vector de un espacio vectorial, con respecto a una base fija.



33. Determinar si un conjunto de vectores en  $\mathbb{R}^n$  es linealmente independiente asociando esto a determinar si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tiene solución única. En el caso  $n \times n$ , asociación al criterio del determinante y a la invertibilidad.

## ORTOGONALIDAD

34. Reconocer un conjunto ortogonal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.

35. Reconocer un conjunto ortonormal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.

36. Dado un subespacio, obtener el complemento ortogonal.

37. Obtener una base ortonormal a partir de una base dada de un subespacio.

38. Obtener el vector de coordenadas de un vector aplicando una base ortonormal de un subespacio.

## TRANSFORMACIONES LINEALES

39. Conocer el concepto de transformación lineal y sus propiedades básicas.

40. Determinar si una función dada entre dos espacios vectoriales es una aplicación o transformación lineal.

41. Reconocer los subespacios vectoriales: núcleo e imagen de una aplicación lineal.

42. Obtener bases para el núcleo y la imagen de una aplicación lineal.

43. Determinar completamente una transformación lineal, a partir de las imágenes de los elementos de una base de su dominio.

44. Determinar si una aplicación lineal es inyectiva y/o sobreyectiva.

45. Conocer y aplicar la relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una aplicación lineal.

46. Conocer que la suma de aplicaciones lineales, la multiplicación por escalar de una aplicación lineal y la composición de aplicaciones lineales es una aplicación lineal.

47. Reconocer que toda matriz de tamaño  $m \times n$  determina una aplicación lineal de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ .

48. Obtener una representación matricial para una aplicación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  con respecto a las bases canónicas, e identificar la acción de la aplicación lineal como una multiplicación de una matriz por un vector.
49. Obtener una representación matricial para una aplicación lineal dada de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  con respecto a bases dadas para el dominio y el producto de matrices.
50. Reconocer una representación matricial de la aplicación identidad, como una matriz de cambio de base.
51. Obtener distintas representaciones matriciales de una aplicación lineal, mediante multiplicación por matrices de cambio de base.
52. Determinar si una transformación lineal es invertible y en caso afirmativo obtener la transformación lineal inversa.
53. Conocer la relación entre transformaciones lineales invertibles y matrices invertibles y aplicarlo a obtener inversas de transformaciones lineales inyectivas.
54. Determinar la composición de transformaciones lineales.
55. Determinar si una transformación lineal es diagonalizable.

## **VECTORES Y VALORES PROPIOS DE UNA MATRIZ**

56. Conocer los conceptos de valor y vector propio de una matriz cuadrada.
57. Calcular el polinomio característico de una matriz cuadrada.
58. Identificar los valores propios de una matriz cuadrada con las raíces de su polinomio característico.
59. Aplicar el concepto de espacio propio correspondiente a un valor propio.
60. Determinar los espacios propios correspondientes a los distintos valores propios de una matriz cuadrada, obteniendo una base para cada uno de tales espacios propios.
61. Identificar la multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
62. Determinar si una matriz dada  $A$  es diagonalizable.
63. Determinar si una matriz dada  $A$  es ortogonalmente diagonalizable.
64. Conocer que una matriz real es ortogonalmente diagonalizable si y solo si es simétrica.

65. Aplicaciones de los valores y vectores propios: Curvas cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas cuadráticas. Rotación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

## VII- ESTRATEGIAS DE EVALUACION.

La nota de aprovechamiento se calculará con tres exámenes parciales. La evaluación del curso es como se muestra:

1er Examen parcial 35%

2do Examen parcial 30%

3er Examen parcial 35%

Las fechas de las pruebas parciales son las siguientes:

Examen	Día	Hora
Suficiencia	Miércoles 12 de setiembre	8:30 am
Parcial I	Miércoles 26 de setiembre	1 pm
Reposición parcial I	Miércoles 3 de octubre	8 am
Parcial II	Miércoles 31 de octubre	1 pm
Reposición parcial II	Miércoles 7 de noviembre	1 pm
Parcial III	Martes 4 de diciembre	1 pm
Reposición parcial III	Jueves 6 de diciembre	1 pm
Ampliación	Viernes 14 de diciembre	1 pm

### Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si  $NA \geq 6,75$  el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir: 7,5.

- Si  $5,75 \leq NA < 6,75$ , el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.
- Si  $NA < 5,75$  pierde el curso.
- La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

Con relación a la ausencia a exámenes, siempre que sea por una causa debidamente justificada (enfermedad, choque de exámenes, giras, entre otros) se le permitirá al estudiante realizar el respectivo examen de reposición programado. En cualquier caso, para solicitar la reposición, el estudiante debe, llenar la boleta correspondiente con todos los datos que en ella se le solicitan y adjuntarle los documentos probatorios que hagan constar el motivo por el que no efectuó el examen. Esta boleta la puede solicitar en la Secretaría de la Escuela de Matemática.

Tanto la boleta como los documentos, deberán ser depositados en el casillero No5 II piso FM en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba. El estudiante podrá apelar la calificación de cualquiera de las evaluaciones realizadas en el plazo establecido por la reglamentación vigente.

La nota final, y la posibilidad de un examen de ampliación se rigen por la normativa vigente de la institución, el examen de ampliación estará dividido en tres secciones correspondientes a los contenidos de cada examen parcial. Los estudiantes que por su nota de aprovechamiento tengan derecho a realizar el examen de ampliación repondrán la sección o secciones en las que su nota en el examen parcial correspondiente fue inferior a 7,0.

### **Calificación de exámenes:**

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da

derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

Cualquier otra situación no contemplada en esta carta al estudiante quedará sujeta a lo indicado en la reglamentación vigente.

## **VIII- DISPOSICIONES PARA REALIZAR PRUEBAS ESCRITAS**

1. Debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo.
2. No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado.
3. Se debe presentar algún tipo de identificación legal, vigente y con fotografía. Preferiblemente el carné universitario o la cédula de identidad.
4. Si un estudiante no presenta ningún documento de identificación válido no podrá realizar la prueba.
5. Ningún estudiante puede abandonar el recinto de examen hasta tanto no hayan transcurrido treinta minutos luego de iniciada la prueba. No puede entrar ningún estudiante después de los treinta minutos.
6. No se contestan preguntas durante la administración de la prueba, salvo que éstas sean de enunciado, o de interés general, en cuyo caso se aclararán en voz alta.
7. Los exámenes pueden resolverse con lápiz (parcial o totalmente) pero aquellos estudiantes que así lo hicieren declinan el derecho a presentar reclamos. Sólo se permite el uso de bolígrafo azul o negro.
8. Las pruebas parciales deben realizarse en un cuaderno de examen, sin utilizar hojas sueltas durante la prueba.
9. Se permite el uso de una calculadora científica no programable.
10. Está prohibido el uso de teléfonos celulares o cualquier otro medio de comunicación electrónica durante la aplicación de la prueba.

11. No se permite el préstamo de materiales durante la administración de las pruebas.
12. Cualquier intento de fraude en el examen será sancionado con base en lo que estipula la reglamentación vigente.

## **IX- REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.**

**Libro de texto:** Anton, H. (2001) Introducción al álgebra lineal. 5ta edición. Limusa. SA. México.

Los ejercicios del libro se complementan con ejercicios proporcionados por la cátedra. Además de los materiales complementarios que pueden facilitar sus profesores. Se recomiendan los siguientes libros:

1. Arce C., Castillo W., Gonzáles J. (2004). Algebra lineal. 3ra Ed. Editorial UCR.
2. Strang, Gilbert. (2009). Introduction to Linear Algebra. 4th Ed. Wellesley-Cambridge Press.
3. Grossman S. (1996). Algebra Lineal con aplicaciones. 5ta Ed. Mcgraw-Hill, México.
4. Grossman, S-Flores, José. (2012). Álgebra lineal. Mc Graw Hill. México
5. Lang, S. (1976). Algebra Lineal. Fondo Educativo Interamericano, México.
6. Lay, D. (2013) Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones. Tercera edición. Pearson. México.
7. Lay, D. (2013) Álgebra Lineal para cursos con enfoque por competencias. Primera edición. Pearson. México.
8. Lay D. (2007) Algebra Lineal y sus aplicaciones. 3ra Ed. Person, 2007.
9. Kolman B. (1999) Algebra lineal con aplicaciones y MATLAB. 6ta Ed. Prentice-Hall.
10. Noble, D. (1989) Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones. Tercera edición. Prentice Hall. México.
11. Pita, Claudio. (1991) Álgebra lineal con aplicaciones. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.

## X- CRONOGRAMA.

Esta es una posible distribución de temas por semanas; cada profesor puede seguir un orden distinto siempre y cuando se cubran los temas para cada examen. En el curso se cubren todos los objetivos y contenidos propuestos, así que en ese sentido el cronograma es una guía.

1	13 al 18 de agosto	Definición general de una matriz. Algunos tipos especiales de matrices. Álgebra de matrices: suma de matrices, multiplicación por escalar y multiplicación de matrices. Propiedades del álgebra de matrices. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de $n$ ecuaciones lineales con $m$ variables. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
2	20 al 25 de agosto	Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de eliminación gaussiana. Método de reducción de Gauss-Jordan.
3	27 de agosto al 1 de setiembre	Inversa de una matriz y matrices invertibles. Propiedades de la inversa. Matriz transpuesta y sus propiedades.
4	3 al 8 de setiembre	Definición del determinante de una matriz cuadrada. Propiedades elementales de los determinantes. Cálculo del determinante de una matriz triangular y de una matriz diagonal. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz.
5	10 al 15 de setiembre	Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Regla de Cramer. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.
6	17 al 22 de setiembre	Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en $\mathbb{R}^3$ y sus propiedades. Proyección ortogonal de un vector sobre otro vector.
7	24 al 29 de setiembre	<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial.</b>
		Descripción de una línea recta en $\mathbb{R}^n$ . Ecuación vectorial, ecuaciones paramétricas y simétricas de una línea recta en $\mathbb{R}^3$ . Rectas paralelas y rectas perpendiculares. Planos en $\mathbb{R}^3$ . Ecuación vectorial y normal de un plano en $\mathbb{R}^3$ .
8	1 al 6 de octubre	Distancias entre dos puntos. Planos paralelos y planos perpendiculares. Distancia entre un punto y un plano, y entre dos planos paralelos.

		Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial.
9	8 al 13 de octubre	Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.
10	15 al 20 de octubre	Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Subespacios mutuamente ortogonales. Complemento ortogonal de un subespacio vectorial
11	22 al 27 de octubre	Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales.
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.</b>
12	29 de octubre al 3 de noviembre	Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal.
13	5 al 10 de noviembre	Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Transformaciones lineales invertibles.
14	12 al 17 de noviembre	Concepto de valor y vector propio de una matriz. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables.
15	19 al 24 de noviembre	Valor y vector propio de una transformación lineal. Diagonalización de transformaciones lineales. Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas.
16	26 de noviembre al 1 de diciembre	Curvas cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas cuadráticas. Rotación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.
		<b>Hasta aquí los contenidos a evaluar en el III Examen Parcial.</b>

## XI- GRUPOS Y PROFESORES.

### GRUPO HORARIO AULA PROFESOR

01- L: 11:00-12:50, 306 IF, J: 10:00-12:50, 306 IF: Prof. Ronald Bustamante.

02- K: 07:00-09:50, 301 IF, V: 07:00-08:50 301 IF: Prof. Carlos Azofeifa Z.



Los estudiantes pueden asistir a las horas de consulta de cualquier profesor.  
Deseándoles un semestre exitoso se despiden cordialmente,

Prof. Ronald Bustamante Medina. Consulta: L: 19-19:30, J:19-21. En la 424 FM.  
[bustam@gmail.com](mailto:bustam@gmail.com)

Prof. Carlos Azofeifa Zamora (Coordinador). Consulta: Martes: de 10am a 12 m.  
Viernes: de las 9am a las 12 m.

Oficina 420 FM. Teléfono: 25116580

[carlos.azofeifazamora@ucr.ac.cr](mailto:carlos.azofeifazamora@ucr.ac.cr) , [enrique.azofeifa@gmail.com](mailto:enrique.azofeifa@gmail.com)

Casillero 05 II piso FM.