



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática



Carta al estudiante
MA-0561 Grupos y Anillos
I-Ciclo 2017

Profesor: Adrián Barquero Sánchez

email: adrianbs11@gmail.com

Oficina: 252 IF

Horas de Consulta: Martes 14:00 - 17:00 o con cita previa.

Descripción del curso: Este es un curso introductorio a la teoría de grupos y a la teoría de anillos. Es el primer curso de álgebra abstracta después de los cursos de Álgebra Lineal que se llevan durante el segundo año de la carrera de matemática pura. El objetivo principal es introducir a los estudiantes a algunas de las estructuras algebraicas fundamentales, como son los grupos, los anillos y los cuerpos. Se estudiarán algunos de los resultados fundamentales acerca de estas estructuras y se hará particular énfasis en que el estudiante aprenda a utilizar de manera eficaz estos resultados. Otro de los objetivos del curso es introducir la utilización del sistema de cómputo SageMath [S⁺09] para calcular con algunas de las estructuras algebraicas que estudiaremos, de modo que los estudiantes logren apreciar las enormes ventajas que brinda ser capaz de realizar experimentos y cálculos que serían muy complicados o hasta imposibles en un tiempo razonable si no se hicieran con una computadora.

Horario: Martes 11:00 - 12:50, Viernes 10:00 - 12:50

Aula: Martes 407 CS, Viernes 502 CS

Prerequisito: MA-0460 Álgebra Lineal II.

Créditos: 5

Libro de texto: El libro de texto que usaremos como referencia principal será [Sar08], de Dan Saracino. También se recomienda el libro de Minking Eie y Shou-Te Chang [EC10]. A un nivel más avanzado, los textos de Lang [Lan02] y de Hungerford [Hun80] son excelentes referencias. Los textos de Ireland y Rosen [IR90] y el de Silverman y Tate [ST15] proveen aplicaciones de las estructuras algebraicas que estudiaremos a la Teoría de Números y a la Teoría de Curvas Elípticas a un nivel sumamente accesible para el estudiante.

Objetivos:

Al finalizar este curso los estudiantes deben ser capaces de:

1. Entender los conceptos y definiciones básicas sobre grupos y anillos.
2. Comprender y saber aplicar los teoremas principales sobre homomorfismos e isomorfismos de grupos y de anillos.
3. Saber utilizar los teoremas de Sylow para demostrar resultados acerca de grupos de ciertos órdenes.
4. Entender y saber aplicar los resultados fundamentales acerca de ideales de anillos.
5. Comprender como conceptos como la factorización única en \mathbb{Z} se pierden en anillos conmutativos más generales.

Temario:

La siguiente es la lista de temas que cubriremos durante el curso. Esencialmente corresponde a las secciones §1 – §21 del libro de Saracino [Sar08].

- §1. Operaciones binarias.
- §2. Grupos.
- §3. Teoremas fundamentales acerca grupos.
- §4. Potencias de un elemento y grupos cíclicos.
- §5. Subgrupos.
- §6. Productos directos.
- §7. Funciones.
- §8. Grupos simétricos.
- §9. Relaciones de equivalencia y coclases.
- §10. Contando los elementos de un grupo finito.
- §11. Subgrupos normales.
- §12. Homomorfismos.
- §13. Homomorfismos y subgrupos normales.
- §14. Productos directos y grupos abelianos finitos.
- §15. Los teoremas de Sylow.
- §16. Anillos.
- §17. Subanillos, ideales y anillos cociente.
- §18. Homomorfismos de anillos.
- §19. Polinomios.

§20. Polinomios y cuerpos.

§21. Anillos factoriales.

Evaluación:

La evaluación del curso está dividida en los siguientes rubros:

Proyecto en SageMath	10 %
Examen parcial I	30 %
Examen parcial II	30 %
Examen parcial III	30 %

Los exámenes se realizarán fuera del horario de clase y las fechas de cada uno se anunciarán debidamente en clase.

El proyecto en SageMath consistirá en una tarea en la que el estudiante deberá usar el sistema de cómputo SageMath para investigar y calcular algunos de los objetos que estudiaremos durante el curso. La idea del proyecto es que el estudiante se familiarice con los comandos básicos y algunos más avanzados y que esto le sirva para apreciar la importancia en la matemática moderna de poder hacer este tipo de cálculos por medio de una computadora.

Referencias

- [EC10] Minking Eie y Shou-Te Chang, *A course on abstract algebra*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Hackensack, NJ, 2010.
- [Hun80] Thomas W. Hungerford, *Algebra*. Reprint of the 1974 original. Graduate Texts in Mathematics, **73**. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1980.
- [IR90] Kenneth Ireland y Michael Rosen, *A classical introduction to modern number theory*. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, **84**. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [Lan02] Serge Lang, *Algebra*. Revised third edition. Graduate Texts in Mathematics, **211**. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [Lan05] Serge Lang, *Undergraduate Algebra*. Third edition. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [S⁺09] *SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 7.5)*, The Sage Developers, 2017, <https://cloud.sagemath.com>.
- [Sar08] Dan Saracino, *Abstract Algebra: A First Course*. Second Edition, Waveland Press Inc., Long Grove, Illinois, 2008.
- [ST15] Joseph H. Silverman y John T. Tate, *Rational points on elliptic curves*. Second edition. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, Cham, 2015.