Carta al estudiante

Este curso de análisis pretende ser una transición entre las materias de sucesiones y series, derivadas e integrales, vistas de modo algorítmico en cursos anteriores, y el estudio colectivo de los espacios de funciones integrables y distribuciones, en cursos posteriores. Se caracteriza por un mayor rigor en su desarrollo, aun cuando su temática sea menos amplia.

El curso comienza con el estudio/repaso de algunos aspectos importantes de funciones de una variable real. Luego se abre al análisis en varias variables, con indicaciones de estructuras más generales (espacios métricos y espacios normados). Culmina con un examen de fenómenos de continuidad y convergencia en la presencia de ortogonalidad (espacios de Hilbert).

En el enlace ⟨`http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/course/view.php?id=108`⟩ se colocarán los materiales del curso: anuncios, apuntes y tareas semanales.

Programa

1 Prolegómenos sobre análisis en la recta real

Los números reales $\mathbb{R}$ y números complejos $\mathbb{C}$. Funciones continuas. Sucesiones convergentes y sucesiones de Cauchy, la completitud de $\mathbb{R}$. Convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones. Aproximación de funciones continuas por polinomios.

2 Espacios métricos y su topología

Conjuntos abiertos y cerrados en $\mathbb{R}^n$, vecindarios de un punto. Conjuntos compactos en $\mathbb{R}^n$, el teorema de Heine y Borel. Espacios métricos en general, ejemplos. Espacios métricos completos; compleción de espacios métricos. Conjuntos conexos en $\mathbb{R}^n$.

3 Espacios normados y espacios de funciones

Normas en $\mathbb{R}^n$, normas de funciones, equivalencias entre normas. Series en un espacio normado, su convergencia absoluta. Aplicaciones lineales y continuas, extensiones de formas lineales. Diferenciación en espacios normados, la regla de la cadena. Espacios de funciones continuas y sus compleciones. El teorema de aproximación de Stone y Weierstrass.

4 Espacios de Hilbert y series de Fourier

Formas hermíticas definidas positivas, productos escalares. Bases ortonormales, el algoritmo de Gram y Schmidt. Los teoremas de representación de Riesz. Series de Fourier de funciones periódicas. Núcleos de Dirichlet y de Fejér, convergencia de series de Fourier.

Evaluación

Habrá tres exámenes parciales, en las siguientes fechas, sujetas a confirmación por la Oficina del Registro:

sábado 6 de mayo; sábado 3 de junio; jueves 13 de julio.

Cada examen valdrá un 33.3% de la nota final (N). Los estudiantes con $N \geqslant 7,0$ aprobarán el curso; los que tengan $N < 6,0$ lo perderán; los que obtengan $6,0 \leqslant N < 7,0$ tendrán derecho a un examen de ampliación. Esta prueba de ampliación se realizará el día miércoles 19 de julio.

Bibliografía

Esta es una selección de los libros más recomendables.

[1] R. G. Bartle & D. R. Sherbert, *Introducción al análisis matemático de una variable*, Limusa–Wiley, México, DF, 2010.

[2] S. K. Berberian, *A First Course in Real Analysis*, Springer, Berlin, 1994.

[3] J. A. Dieudonné, *Fundamentos de análisis moderno*, Reverté, Barcelona, 1979.

[4] S. Dineen, *Analysis*, World Scientific, Singapura, 2012.

[5] J. J. Duistermaat & J. A. C. Kolk, *Multidimensional Real Analysis*, 2 tomos, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

[6] P. Duren, *Invitation to Classical Analysis*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2012.

[7] E. Gaughan, *Introducción al análisis*, Alhambra, Madrid, 1972.

[8] H. L. Montgomery, *Early Fourier Analysis*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2014.

[9] W. Rudin, *Principios de análisis matemático*, McGraw-Hill, México, DF, 1980.

[10] B. S. W. Schröder, *Mathematical Analysis*, Wiley, New York, 2007.

[11] B. Simon, *Real Analysis* (capítulos 2 y 3), American Mathematical Society, Providence, RI, 2015.

[12] N. Young, *An Introduction to Hilbert Space*, Cambridge University Press, Cambridge, 1988.

— Joseph C. Várilly