



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura

Programa del curso

MA-0250: Cálculo en una variable I

Tipo de curso:	Teórico
Ubicación en el plan:	I año II Ciclo
Horas :	5 horas semanales
Créditos:	4
Requisitos:	MA0150
Co-requisitos:	No tiene.

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA0250 Cálculo en una variable I. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso y de consulta del profesor.

Tenga presente que para tener éxito en este curso, aparte de las 5 horas semanales lectivas, usted debe invertir al menos 7 horas de estudio independiente.

Descripción: Este curso está dirigido a estudiantes de II ciclo de las carreras de Bachillerato y Licenciatura en Ciencias Actuariales y Bachillerato en Matemática Pura y tiene como objetivo general **fundamentar teóricamente las bases del análisis matemático y el cálculo diferencial**. Se busca contribuir a la formación matemática del estudiante, su habilidad para interpretar y deducir resultados del análisis, propiciando el uso correcto del lenguaje matemático para expresar ideas de manera rigurosa y coherente. Se abordan los temas: los números reales como cuerpo ordenado y completo, sucesiones numéricas, límites de funciones, funciones continuas, derivación y algunas de sus aplicaciones, de funciones de una variable real. Se da especial énfasis al aprendizaje de las técnicas de razonamiento y demostración propias del análisis matemático, así como al desarrollo de habilidades y destrezas sobre los métodos y las aplicaciones del cálculo diferencial. Este curso es el primero de una secuencia de tres cursos de cálculo, de los cuales, el segundo cubre los aspectos del cálculo integral en una variable y el tercero el cálculo en varias variables.

Objetivos: Durante este curso el estudiante será capaz de:

1. Definir el concepto de completitud de los números reales y desarrollar las competencias necesarias para aplicarlo en la elaboración de otros conceptos.

2. Determinar la convergencia o la divergencia de una sucesión numérica y calcular el límite de una sucesión numérica convergente.
3. Demostrar y aplicar los principales teoremas sobre sucesiones numéricas.
4. Definir formalmente los conceptos: límite de una función en un punto dado, límite al infinito y límite infinito.
5. Demostrar y aplicar los teoremas más importantes referentes a límites de funciones.
6. Definir formalmente el concepto de continuidad de una función en un punto dado y en un intervalo.
7. Probar la continuidad de una función de manera algebraica y mediante propiedades.
8. Demostrar y aplicar los teoremas más importantes referentes a la continuidad de funciones.
9. Definir formalmente el concepto de derivabilidad de una función en un punto dado y en un intervalo.
10. Demostrar y aplicar los teoremas más importantes referente a la derivada de una función.
11. Calcular derivadas de funciones usando la definición y las reglas de derivación.
12. Aplicar el concepto de derivada en la solución de problemas prácticos.
13. Calcular límites de funciones usando la definición, las propiedades, la regla de L'Hôpital.
14. Demostrar el teorema de Taylor y usarlo en distintos ejercicios de aproximación.

De manera deseable, el estudiante estará en posición de enunciar algunos problemas matemáticos que hicieron evolucionar la disciplina del cálculo infinitesimal.

Contenidos:

1. Los números reales: propiedades algebraicas de los números reales, números racionales e irracionales, propiedades de orden de los números reales, valor absoluto y la recta real, desigualdad triangular, cotas superiores e inferiores, completitud de los números reales, arquimedeanidad, existencia de raíces, densidad de los números racionales y otras aplicaciones, intervalos, la no contabilidad de los números reales.
2. Sucesiones Numéricas: definición de sucesión y convergencia, teoremas básicos y sus demostraciones, cálculo de límites de sucesiones utilizando los teoremas correspondientes, sucesiones monótonas, sucesiones recurrentes, subsucesiones y el teorema de Bolzano-Weierstrass, sucesiones de Cauchy, divergencia a infinito.
3. Límites y continuidad: límites de funciones de una variable real, teoremas sobre límites, límites laterales, límites infinitos y límites al infinito, funciones continuas, teoremas sobre funciones continuas, continuidad uniforme.
4. Derivabilidad: la derivada, reglas de derivación y la regla de la cadena, el teorema del valor medio y aplicaciones, el teorema de valores intermedios, el teorema de Darboux, la regla de L'Hôpital, optimización, la segunda derivada y convexidad, derivadas de orden superior y el teorema de Taylor. Si el tiempo lo permite, diferenciación y aproximación.

Metodología: El curso se desarrolla tomando como texto los capítulos 2, 3, 4, 5 y 6 del libro **R. G. Bartle y D. R. Sherbert (2011) Introduction to real analysis**. En las sesiones de clase

se dispondrá de espacios de desarrollo de la teoría y de uso de los conceptos, en el planteamiento de demostraciones y aplicaciones. Los contenidos serán expuestos dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Después del desarrollo de una determinada temática se realizarán prácticas en clase, con el fin de profundizar en el uso de éstas. Durante las sesiones de ejercicios, docente y estudiantes se abocarán a la resolución y planteamiento de posibles estrategias de resolución de ejercicios y problemas del material del curso.

Para los estudiantes interesados en la historia del cálculo se recomienda el texto **C. H. Edwards, Jr. (1979) The Historical Development of the Calculus.**

Se recomienda que durante al menos 7 horas de trabajo extra clase, cada estudiante realice las siguientes actividades:

- Retomar, el día antes de cada clase, lo estudiado la sesión pasada.
- Levantar un listado de preguntas pertinentes.
- Resumir las ideas principales.
- Resolver los ejercicios.
- Organizar grupos de estudio.
- Hacer uso de las horas de consulta.

Evaluación: Se realizarán tres exámenes cortos, con un valor del 5% cada uno y tres exámenes parciales, todos con el mismo valor porcentual, para un valor total del 85%. Los parciales se realizarán aproximadamente **en la semanas 6, 12 y 18 del curso**. Los exámenes cortos se realizarán, aproximadamente, **en la semanas 3, 9 y 12 del curso**, con la intención de cubrir, aproximadamente, la mitad del material a evaluar en el próximo examen parcial. Cada parcial pretende evaluar, de manera aproximada, los contenidos de 5 semanas del curso.

La nota de aprovechamiento final n , será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

- Si su nota $n \geq 6.75$, aprueba el curso con la nota n redondeada al valor más cercano entre: 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5 ó 10.0. Los casos intermedios como 7.25 ó 7.75 se redondean hacia arriba.
- Si $5.75 \leq n < 6.75$, tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0. En caso contrario, su nota será 6.0 ó 6.5 la más cercana a su nota n .
- Si $n < 5.75$, pierde el curso y su nota final es la nota n redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

Exámenes de reposición: para realizar examen de reposición el estudiante debe entregar al profesor la solicitud por escrito acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y periodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera como válidas. Si la reposición es aprobada, el docente le indicará al estudiante la fecha y el lugar de la reposición.

Cronograma: La programación de las temáticas se especifican en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo:

Semana	Temas (aproximados)
13 mar. - 17 mar.	propiedades algebraicas de \mathbb{R} , \mathbb{Q} e \mathbb{I} , propiedades de orden en \mathbb{R} , valor absoluto y la recta real, desigualdad triangular
20 mar. - 24 mar.	cotas superiores e inferiores, completitud de \mathbb{R} , arquimedianidad, existencia de raíces, densidad de \mathbb{Q} y otras aplicaciones, intervalos, no contabilidad de \mathbb{R}
27 mar. - 31 mar.	definición de sucesión y convergencia, teoremas básicos y sus demostraciones
03 abr. - 07 abr.	cálculo de límites de sucesiones, sucesiones monótonas, sucesiones recurrentes
10 abr. - 14 abr.	Semana Santa
17 abr. - 21 abr.	subsucesiones y el teorema de Bolzano-Weierstrass
24 abr. - 28 abr.	sucesiones de Cauchy, divergencia a infinito
01 may. - 05 may.	1ro. de mayo límites de funciones de una variable real
08 may. - 12 may.	teoremas sobre límites, límites laterales
15 may. - 19 may.	límites infinitos y límites al infinito
22 may. - 26 may.	funciones continuas, teoremas sobre funciones continuas
29 may. - 02 jun.	continuidad uniforme
05 jun. - 09 jun.	la derivada, reglas de derivación
12 jun. - 16 jun.	la regla de la cadena y optimización
19 jun. - 23 jun.	teoremas del valor medio, de valores intermedios y de Darboux
26 jun. - 30 jun.	la regla de L'Hôpital, la segunda derivada y convexidad
03 jul. - 07 jul.	derivadas de orden superior y el teorema de Taylor

Bibliografía: Como es común en las áreas centrales de la matemática, la literatura a nuestra disposición en esta área es más que abundante.

Los siguientes, son solo una muestra de aquellas fuentes que el estudiante puede visitar para ampliar los temas que se estudian en este curso. Como sugerencia, se le recomienda a los estudiantes consultar tantas referencias como sea posible.

1. Abbott, S. (2015). *Understanding Analysis*. USA: Springer.
2. Bartle, R. G., Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to real analysis*. USA: John Wiley and Sons, Inc.
3. Bloch, E.D. (2011). *The real numbers and real analysis*. USA: Springer.
4. Edwards, C. H. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. USA: Springer-Verlag, Inc.
5. Loeb, P. A. (2016.) *Real Analysis*. USA: Birkhäuser.
6. Pons, M.A. (2014). *Real Analysis for the Undergraduate*. USA: Springer.
7. Ross, K. A. (2013). *Elementary Analysis: the theory of calculus*. USA: Springer.
8. Ugalde, W. J. (2016). *Notas para el curso de Cálculo I*. PDF.
9. Sohrab, H. H. (2014). *Basic Real Analysis*. USA: Birkhäuser.
10. Wade, W. R. (2004). *An Introduction to Analysis*. USA: Prentice Hall.

Es importante que el estudiante se adiestre en el uso de las diferentes herramientas del cálculo. Dicha habilidad solo se desarrolla practicando, por lo cual sugerimos tomar de la biblioteca cualquier libro de cálculo y resolverlo de principio a fin. Por ejemplo

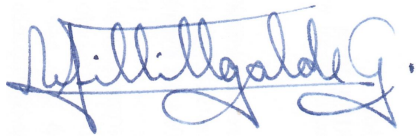
11. Stewart, J. (2002). *Cálculo*. México: Thompson Learning.

El asistente del curso será el señor

Tobías Chavarría Castro (tobiazhc@gmail.com).

Estará a cargo de calificar los exámenes cortos y dar centros antes de cada evaluación en algún lugar aún por determinar.

Esperando obtenga un buen provecho del curso y con la esperanza que el mismo contribuya satisfactoriamente a su formación profesional, les saluda,



Dr. William J. Ugalde Gómez

Oficina 206 FM

2511-6555 y 2511-6556

william.ugalde@ucr.ac.cr

Horas de clase y lugar: L 7:00 - 9:50 / J 7:00 - 8:50, FM 220.

Horas de consulta y lugar: L 10:00 - 11:00 / J 9:00 - 11:00 o con previa cita, FM 206.