



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática



Carta al estudiante
MA-0370 Principios de Geometría
II-Ciclo 2017

Profesor: Adrián Barquero Sánchez

email: adrianbs11@gmail.com

Oficina: 252 IF

Horas de Consulta: Martes 14:00 - 16:00 y Viernes 14:00 - 15:00.

Descripción del curso: Por muchos años MA-0370 ha sido un curso introductorio a la geometría, con un énfasis particular en la geometría euclidea desde un punto de vista axiomático. En la matemática moderna hoy en día la geometría abarca un amplio espectro de áreas, entre las que se destacan por ejemplo la Geometría Diferencial y la Geometría Algebraica. Este semestre nuestro enfoque en el curso se centrará en dar una introducción a la Geometría Algebraica desde un punto de vista concreto y hasta cierto punto elemental. Para esto, el curso se desarrollará alrededor del estudio de algunos de los aspectos básicos de la teoría de Curvas Algebraicas, enfatizando el estudio de ejemplos concretos para así poder ayudar al estudiante a desarrollar intuición geométrica, que es necesaria y beneficiosa para el estudio más a profundidad de la Geometría Algebraica.

Otro de los objetivos del curso es introducir la utilización del sistema de cómputo SageMath [S+09] para realizar cálculos y además visualizar algunos de los objetos que estudiaremos, de modo que los estudiantes logren apreciar las enormes ventajas que brinda ser capaz de realizar experimentos y cálculos que serían muy complicados o hasta imposibles en un tiempo razonable si no se hicieran con una computadora.

Horario: Martes 11:00 - 12:50, Viernes 10:00 - 12:50

Aula: 402 FM

Prerequisito: MA-0150 Principios de Matemática.

Créditos: 5

Guía para las referencias bibliográficas: No usaremos un libro de texto en específico. Sin embargo, a lo largo del semestre el asistente del curso irá pasando a L^AT_EX los apuntes de clase y estos apuntes yo los editaré para ir formando un conjunto de apuntes del curso.

Por otro lado, el libro de Bix [Bix06] puede servir como referencia para algunos de los temas que estudiaremos. Se insta al estudiante a que consulte varios de los libros de referencia para que pueda obtener diferentes perspectivas en el tratamiento de los temas. El tema de polinomios en varias variables se puede consultar en los libros de Lang [Lan02, Lan05] y en el de Hungerford [Hun80]. El libro de Brieskorn y Knörrer [BK86] tiene un primer capítulo muy interesante que discute la historia de las curvas algebraicas. De igual manera, el libro de Kendig [Ken11] también tiene un primer capítulo que da muchos ejemplos desde distintos puntos de vista y a un nivel elemental. El libro de Silverman y Tate [ST15] es una excelente referencia para una introducción al tema de curvas elípticas que requiere muy pocos prerequisites. El libro de Ireland y Rosen [IR90] también contiene algunos capítulos muy interesantes sobre curvas elípticas, en el que se discuten algunas de las conjeturas y problemas más importantes que son estudiados en la actualidad.

Objetivos:

Al finalizar este curso los estudiantes deben ser capaces de:

1. Entender los conceptos y teoremas básicos sobre curvas algebraicas.
2. Comprender y saber aplicar el teorema de Bezout. En particular, saber calcular la multiplicidad de la intersección de dos curvas algebraicas en un punto dado.
3. Entender la clasificación proyectiva de las cónicas sobre los números complejos.
4. Comprender los conceptos de puntos suaves y singulares, y su relación con la noción de tangencia.
5. Conocer y entender los conceptos más básicos sobre curvas elípticas, como las ecuaciones de Weierstrass, el discriminante, el invariante j , la ley de grupo sobre el conjunto de puntos en una curva elíptica, etc.
6. Entender el concepto de divisor sobre una curva algebraica y el Teorema de Riemann-Roch.

Temario:

La siguiente es una lista de temas que estudiaremos en el curso (no necesariamente en el orden en el que serán estudiados).

- Repaso de polinomios en una y varias variables.
- Coordenadas polares.
- Números complejos.
- Ejemplos de curvas algebraicas.
- Definiciones básicas y algunos resultados iniciales en la teoría de curvas algebraicas.
- Planos afín y proyectivo. Coordenadas homogéneas.
- Nociones de tangencia.
- Puntos suaves y singulares.
- Multiplicidad de la intersección.

- Resultantes.
- Teorema de Bézout.
- Clasificación de las cónicas.
- Curvas elípticas.
- Divisores.
- El teorema de Riemann-Roch.

Evaluación:

La evaluación del curso está dividida en los siguientes rubros:

Proyecto en SageMath (Viernes 17 de Noviembre)	10 %
Examen parcial I (Sábado 30 de Septiembre)	30 %
Examen parcial II (Sábado 28 de Octubre)	30 %
Examen parcial III (Martes 5 de Diciembre)	30 %

Las horas de los exámenes se anunciarán una vez que la Oficina de Registro confirme las fechas.

Proyecto en SageMath:

El proyecto en SageMath consistirá en una tarea en la que el estudiante deberá usar el sistema de cómputo SageMath para investigar y calcular algunos de los objetos que estudiaremos durante el curso. La idea del proyecto es que el estudiante se familiarice con los comandos básicos y algunos más avanzados y que esto le sirva para apreciar la importancia en la matemática moderna de poder hacer este tipo de cálculos por medio de una computadora. **La fecha de entrega del proyecto será el Viernes 17 de Noviembre.**

Referencias

- [Bix06] Robert Bix, *Conics and cubics. A concrete introduction to algebraic curves*. Second edition. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, New York, 2006. viii+346 pp.
- [BK86] Egbert Brieskorn y Horst Knörrer, *Plane algebraic curves*. Translated from the German original by John Stillwell. [2012] reprint of the 1986 edition. Modern Birkhäuser Classics. Birkhäuser/Springer Basel AG, Basel, 1986. x+721 pp.
- [Fis01] Gerd Fischer, *Plane algebraic curves*. Translated from the 1994 German original by Leslie Kay. Student Mathematical Library, **15**. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001. xvi+229 pp.
- [Ful05] William Fulton, *Curvas Algebraicas*. Editorial Reverté, 2005.

- [Ful08] William Fulton, *Algebraic Curves: An Introduction to Algebraic Geometry.*, 2008. (Se puede descargar directamente desde la página del autor: <http://www.math.lsa.umich.edu/~wfulton/CurveBook.pdf>)
- [Gar13⁺] Thomas Garrity et. al., *Algebraic geometry. A problem solving approach.* Student Mathematical Library, **66**. IAS/Park City Mathematical Subseries. American Mathematical Society, Providence, RI; Institute for Advanced Study (IAS), Princeton, NJ, 2013. xxii+335 pp.
- [Hun80] Thomas W. Hungerford, *Algebra.* Reprint of the 1974 original. Graduate Texts in Mathematics, **73**. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1980.
- [IR90] Kenneth Ireland y Michael Rosen, *A classical introduction to modern number theory.* Second edition. Graduate Texts in Mathematics, **84**. Springer-Verlag, New York, 1990.
- [Ken11] Keith Kendig, *A guide to plane algebraic curves.* The Dolciani Mathematical Expositions, **46**. MAA Guides, **7**. Mathematical Association of America, Washington, DC, 2011. xvi+193 pp.
- [Lan02] Serge Lang, *Algebra.* Revised third edition. Graduate Texts in Mathematics, **211**. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [Lan05] Serge Lang, *Undergraduate Algebra.* Third edition. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [S⁺09] *SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 7.5)*, The Sage Developers, 2017, <https://cocalc.com/>.
- [Sar08] Dan Saracino, *Abstract Algebra: A First Course.* Second Edition, Waveland Press Inc., Long Grove, Illinois, 2008.
- [ST15] Joseph H. Silverman y John T. Tate, *Rational points on elliptic curves.* Second edition. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, Cham, 2015.