

Universidad de Costa Rica  
Escuela de Matemática  
Departamento de Matemática Pura

**Carta al Estudiante**  
**MA-0250 Cálculo en una variable I**  
**I Ciclo 2018**

## 1. Información General

Nivel: I Año, II Ciclo.  
Créditos: 4.  
Requisitos: MA-0150.

### Grupo 1:

Horario de clases: Martes 10:00-12:50, Viernes 9:00-12:50 (Aula 402 FM)  
Horario de consulta: Lunes 9:00-10:50, Jueves 10:00-10:50  
Profesor: Dr. José Alexander Ramírez González  
Correo electrónico: alexander.ramirez\_g@ucr.ac.cr.  
Oficina: 325 Edificio Anexo de la Escuela de Matemática, Ciudad de la Investigación.

### Grupo 2:

Horario de clases: Lunes 7:00-9:50, Jueves 7:00-8:50 (Aula 210 AU).  
Horario de consulta: Miércoles 9:00-9:50 (Oficina 323 Edificio Anexo), Jueves 9:00-10:50 (Oficina 416 FM).  
Profesor: Dr. Christian Fonseca Mora.  
Correo electrónico: christianandres.fonseca@ucr.ac.cr.  
Oficina: 323 Edificio Anexo de la Escuela de Matemática, Ciudad de la Investigación.  
Casillero: #36 Segundo Piso FM.

## 2. Descripción

Este es un curso de primer año, dentro del plan de estudios de las carreras de Bachillerato y Licenciatura en Matemáticas y en Ciencias Actuariales.

Este es el primero de una secuencia de tres cursos, MA-0250: Cálculo en una variable I, MA-0350: Cálculo en una variable II y MA-0450: Cálculo en varias variables. En estos cursos se busca alcanzar una formación básica en análisis matemático real y en el cálculo diferencial e integral en una y en varias variables reales; dando al estudiante la oportunidad de incursionar en el aprendizaje de las técnicas de razonamiento y demostración propias del análisis matemático, así como de desarrollar las habilidades y destrezas necesarias para poner en práctica las ideas del cálculo.

El curso MA-0250 se centra en particular en el estudio de la propiedad de completitud del conjunto de los números reales y algunas de sus implicaciones, en el estudio de las sucesiones en los reales, los límites de funciones de variable real, las funciones continuas y los fundamentos del cálculo diferencial.

## 3. Objetivos

### 3.1. Objetivos Generales

1. Contribuir a la formación básica del estudiante en los temas de análisis matemático y el cálculo diferencial para funciones reales de una variable, que son parte primordial de su formación básica en matemática.
2. Desarrollar el buen uso del lenguaje lógico matemático, mediante el abordaje riguroso de los temas a estudiar.
3. Desarrollar la capacidad del estudiante para reconocer, plantear y resolver problemas de diversas disciplinas, mediante el uso del cálculo diferencial.
4. Dar a conocer al estudiante, el desarrollo histórico del cálculo diferencial, de modo que entienda la matemática como una disciplina dinámica, que ha ido resolviendo diversos problemas de la naturaleza a lo largo del tiempo.

### 3.2. Objetivos Específicos

1. Comprender el concepto de completitud de los números reales y desarrollar las competencias necesarias para aplicarlo en la elaboración de otros conceptos.
2. Entender el concepto del límite de una sucesión en los reales, y los principales resultados sobre convergencia y divergencia de sucesiones y subsucesiones.
3. Asimilar el concepto de límite, tanto intuitiva como rigurosamente, y desarrollar las competencias para el cálculo y la aplicación de este concepto.
4. Comprender el concepto de continuidad de funciones, conocer sus propiedades básicas y ser capaz de aplicarlas a la solución de diversos problemas.
5. Entender el concepto de la derivada de una función y sus propiedades, y aplicar el cálculo diferencial en la resolución de problemas concretos.
6. Demostrar y aplicar los teoremas más importantes referente a la derivada de una función.
7. Calcular límites de funciones usando la regla de L'Hôpital.
8. Ser capaz de trazar gráficas de funciones elementales, identificando puntos críticos, intervalos de crecimiento y sentido de concavidad mediante el uso del cálculo diferencial.

## 4. Contenidos y Estructura del Curso

**Capítulo 1. La propiedad de completitud de los reales y sus consecuencias:** La no completitud de los racionales, la completitud de los reales, supremos, ínfimos, conjuntos acotados, propiedad de Arquimedianidad de los reales, existencia de raíces, intervalos, valor absoluto, vecindarios y cercanía.

**Capítulo 2. Límites y continuidad de funciones reales con variable real:** puntos de acumulación, definición de límite, criterios para existencia de límites, propiedades algebraicas de los límites, funciones continuas y discontinuas, propiedades algebraicas de las funciones continuas, continuidad de las funciones trigonométricas, límites laterales, límites al infinito, técnicas de cálculo de límites.

**Capítulo 3. Las sucesiones en los reales:** sucesiones, el concepto de límite y convergencia, sucesiones acotadas, subsucesiones, divergencia y caracterizaciones, propiedades algebraicas de los límites de sucesiones, sucesiones monótonas y el teorema de convergencia monótona, el número  $e$  de Euler, teorema de la subsucesión monótona, teorema de Bolzano-Weierstrass, sucesiones de Cauchy.

**Capítulo 4. Teoremas sobre funciones continuas en intervalos:** teoremas de valores intermedios de Bolzano, extremos de funciones continuas en intervalos cerrados, continuidad uniforme, funciones monótonas e inversas, inversas trigonométricas, funciones exponenciales y logaritmos.

**Capítulo 5. La derivada:** Idea intuitiva de la derivada, definición formal de la derivada, propiedades algebraicas de las diferenciación, regla de la cadena, derivada de la inversa, derivadas de funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, cálculo de derivadas, derivadas de orden superior, derivación logarítmica e implícita.

**Capítulo 6. Aplicaciones de la derivada:** extremos relativos, teorema de Rolle, funciones crecientes y decrecientes, condiciones de primer orden para hallar extremos, teorema del valor medio de Cauchy, la regla de L'Hôpital, teorema de Taylor, convexidad y concavidad, condiciones de segundo orden para extremos locales, graficación de funciones.

El orden de los temas puede variar un poco conforme se desarrolle el semestre. Además, la lista anterior no es exhaustiva y si el tiempo lo permite es posible que estudiemos otros temas que sean de interés para los estudiantes.

## 5. Pautas de Evaluación

Tendremos dos rubros de evaluación:

1. *Exámenes:* Se realizarán tres exámenes parciales cuyo promedio tendrá un valor de 90% en la nota de aprovechamiento. Los temas que serán evaluados en cada parcial se darán a conocer con la debida anticipación. Las fechas de los exámenes serían:

Examen	Fecha
Primer parcial	2 de mayo
Segundo parcial	6 de junio
Tercer parcial	10 de julio
Ampliación	19 de julio

2. *Tareas:* El 10% restante corresponde al promedio de la nota de las tareas. Estas deberán entregarse en la fecha que se indique (sin excepción), individualmente y en forma escrita.

Se recomienda que el o la estudiante consulte el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, en especial los artículos 18, 19 y 20 que se refieren a evaluaciones y reclamos.

## 6. Metodología

El curso se desarrollará con base en clases magistrales. La teoría básica y algunos ejemplos serán expuestos en clase con el objetivo de dirigir el estudio. Sin embargo, es indispensable que el o la estudiante complemente la materia vista en clase con estudio de otros posibles enfoques y con la resolución de los ejercicios propuestos. Estos últimos forman una parte esencial del aprendizaje. Algunos temas podrían ser designados al estudiante para su estudio independiente.

## 7. Material de referencia

La principal referencia para el curso será el material expuesto en clase por su profesor. Sin embargo, mucho del material del curso y las listas de ejercicios se basan en el libro de Bartle y Sherbert [4] (existe una versión en español [3] disponible en la Biblioteca Tinoco) y también en el libro de Spivak [9] (este y su versión en español [8] están disponibles en la Biblioteca Tinoco).

En el sitio web del curso: <http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/enrol/index.php?id=77>; se pondrá a disposición material de utilidad, así como las fechas de los exámenes y otra información de importancia. Para poder ingresar al sitio deberá primero crear una cuenta e ingresar la contraseña del curso, la cual le será brindada por su profesor.

## 8. Bibliografía

- [1] T. Apóstol, *Calculus*, Editorial Reverté, segunda edición (1978).
- [2] T. Apóstol, *Análisis Matemático*, Editorial Reverté, segunda edición (1982).
- [3] R. Bartle and D. Sherbert, *Introducción al Análisis Matemático de una Variable*, Limusa Wiley, tercera edición (2010).
- [4] R. Bartle and D. Sherbert, *Introduction to Real Analysis*, John Wiley & Sons Inc., fourth edition (2011).
- [5] S. K. Berberian, *A First Course in Real Analysis*, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag (1994).
- [6] B. Demidovich, *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*, Editorial Mir (1973).
- [7] E. Piza, *Introducción al Análisis Real en una Variable*, Editorial de la Universidad de Costa Rica (2003).
- [8] M. Spivak, *Cálculo Infinitesimal*, Editorial Reverté, segunda edición (1992).
- [9] M. Spivak, *Calculus*, Publish or Perish, fourth edition (2008).