



**Programa del curso**  
**CA 504 Introducción a la optimización**  
**I semestre 2018**

**Horas:** 5 horas semanales  
**Créditos:** 5  
**Horario:** L 18-21; J 18-20, FM 217  
**Profesor:** Alvaro Guevara Villalobos  
**Horas de oficina:** M 17-19, FM 424

**Descripción:**

El curso está diseñado para mostrar al estudiante las bases técnicas de la optimización estática (utilizando información de derivadas) que se utilizan en distintas áreas de aplicación de las matemáticas, como la economía, finanzas, ingeniería, entre otras. El estudiante aprenderá técnicas clásicas y modernas de optimización multivariada con restricciones generales, incluyendo programación no lineal y lineal, teoría de la dualidad y teoría de juegos. La teoría vista en clase se complementará en la medida de lo posible con ejemplos prácticos que muestren al estudiante la aplicación de los principios en problemas y modelos en microeconomía, econometría, riesgo financiero, entre otros.

**Objetivo general:** Aplicar principios de la optimización estática multivariada en problemas de áreas como economía, finanzas, ciencias actuariales, entre otras.

**Objetivos específicos:**

1. Especificar los principios básicos de topología en espacio Euclídeo  $n$ -dimensional necesarios para comprender el teorema de valores extremos.
2. Aplicar los criterios de optimalidad de primer y segundo orden para funciones de  $n$  variables con el fin de clasificar puntos estacionarios.
3. Entender el concepto de función convexa y cóncava y su rol en optimización.
4. Aplicar los criterios de primer y segundo orden para determinar si una función es convexa o cuasiconvexa.
5. Detallar al menos dos rutinas de optimización numérica sin restricciones basada en gradiente.
6. Enunciar e interpretar los criterios de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para problemas no lineales.
7. Aplicar los teoremas de suficiencia de optimalidad de segundo orden para problemas no lineales con restricciones.
8. Detallar al menos dos rutinas de optimización numérica con restricciones basada en gradiente.
9. Utilizar teoría de la dualidad para resolver problemas de programación lineal.
10. Interpretar los análisis de sensibilidad que se generan de un problema de programación lineal.
11. Calcular las soluciones de un problema de programación con método simplex.
12. Definir los conceptos de agente racional, valor esperado, riesgo e incertidumbre en el contexto de teoría de juegos.
13. Resolver problemas de juegos finitos con estrategias puras.



14. Aplicar el concepto de equilibrio de Nash para resolver problemas aplicados.

### **Contenido:**

#### *Tema I Optimización sin restricciones, concavidad y cuasiconcavidad (4 semanas)*

Optimización sin restricciones. Conceptos topológicos, teorema de valores extremos. Criterio necesario de primer y segundo orden para la existencia de óptimos locales. Convexidad, conjunto convexo, teoremas de separación, función convexa, subgradientes, teoremas de optimalidad global en convexidad, función cuasiconvexa, criterios de primer y segundo orden para caracterizar concavidad y cuasiconcavidad. Discusión de algoritmos clásicos de optimización sin restricciones.

#### *Tema II Optimización con restricciones de igualdad y desigualdad (5 semanas)*

Optimización con restricciones de igualdad y desigualdad: programación no lineal. Teoría de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), Lagrangiano, multiplicadores de Lagrange y su interpretación económica. Teoremas de suficiencia. El caso cóncavo y cuasicóncavo. Conceptos básicos de dualidad convexa. Discusión de algunos métodos para resolver problemas con restricciones.

#### *Tema III Programación lineal (3 semanas)*

Forma canónica, estándar, región de soluciones factibles, puntos extremos, bases. Teoría de dualidad y problemas duales, teoremas fundamentales, análisis de sensibilidad e interpretación económica. Discusión de algunos métodos para resolver problemas de programación lineal. Aplicaciones.

#### *Tema IV Teoría de juegos (4 semanas)*

Preferencias, utilidad, agente racional, riesgo e incertidumbre, utilidad esperada, posturas ante el riesgo. Principios de optimalidad multiobjetivo, optimalidad de Pareto. Juegos de forma normal con estrategias puras. Juegos finitos de dos jugadores y su representación matricial. Equilibrio de Nash con estrategias puras. Aplicaciones.

### **Metodología**

El curso será impartido con clases magistrales con un enfoque en las aplicaciones e implementaciones de las técnicas presentadas.

Se complementarán las clases magistrales con la plataforma de mediación virtual de la UCR (<https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr/>) donde se colgarán las presentaciones del curso, se pondrá a disposición material didáctico relativo al curso y se generarán oportunidades de intercambio de información de manera virtual entre los estudiantes y el profesor.



### **Evaluación**

Se aplicarán dos pruebas escritas. La mejor de las notas de las dos pruebas tendrá un valor de 40% de la nota de aprobación, mientras que la peor de las notas tendrá un valor de 30%. El resto se obtendrá por medio de la evaluación de un trabajo de investigación (30%).

### **Bibliografía**

Boyd, S. & Vandenberghe, L. Convex optimization. Cambridge University Press, 2004.

**Cornuejols, G. & Tütüncü, R. Optimization Methods in Finance. Cambridge University Press, 2007.**

De la Fuente, Angel. Mathematical methods and models for economists. Cambridge University Press, 2000.

Franklin, J.N. Methods of Mathematical Economics: Linear and Nonlinear Programming, Fixed-Point Theorems. SIAM, 2002.

Gilli, M et al. Numerical Methods and Optimization in Finance. Elsevier Inc, 2011.

**Pachamanova, Dessislava A. Simulation and optimization in finance: modeling with MATLAB, @RISK, or VBA, John Wiley & Sons, Inc, 2010.**

**Tadelis, S. Game theory: an introduction. Princeton University Press, 2013.**

**Sydsaeter, K.; Hammond, P.; Seierstad, A. & Strom, A. Further Mathematics for Economic Analysis. Pearson Education, 2da ed, 2008.**