

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura

Programa del curso
CA-0406: Procesos Estocásticos
I semestre del 2018

Tipo de curso:	Teórico-práctico.
Ubicación en el plan:	VII ciclo.
Horas :	5 horas semanales.
Créditos:	4.
Requisitos:	MA0720, MA0455.

Descripción:

Este es el segundo curso de probabilidad para estudiantes de ciencias actuariales. Se busca familiarizar al estudiante con los conceptos básicos de ciertos procesos estocásticos que aparecen frecuentemente en el actuariado y las finanzas modernas, proporcionando de esa manera una formación sólida tanto en los aspectos matemáticos como en la capacidad para entender y elaborar modelos de ese tipo en las disciplinas mencionadas. La importancia del curso puede medirse por el auge que día con día cobra el razonamiento estocástico en el actuariado y las finanzas, y que caracteriza las investigaciones más actuales en estos temas.

Objetivo General:

Analizar los conceptos y propiedades fundamentales de algunas clases de procesos estocásticos en tiempo discreto y continuo que son relevantes para la modelización estocástica de las ciencias actuariales y las matemáticas financieras.

Objetivos Específicos:

1. Estudiar los conceptos básicos de las cadenas de Markov en tiempo discreto y continuo.
2. Introducir el lenguaje moderno de la teoría de la probabilidad a través de la teoría de la medida.

3. Estudiar las propiedades elementales de algunas clases importantes de procesos estocásticos con valores reales como lo son los procesos de Markov, las martingalas y el movimiento Browniano.
4. Definir las nociones de integración estocástica y ecuaciones diferenciales estocásticas con algunas aplicaciones a las finanzas.

Metodología

Exposición de teoría para cada uno de los tópicos estipulados. Lista de ejercicios para preparación a los exámenes parciales. Las lecciones deben ser complementadas por el estudiante, con la lectura y el análisis de otros enfoques y sobre todo con el trabajo constante de los ejercicios propuestos.

El curso incluirá una presentación especial en grupo al final del semestre. Cada grupo escogerá un tema de común acuerdo con el profesor en un área relevante para el curso. Preparará la presentación con base en la teoría estudiada. En las presentaciones pueden incluirse otras ayudas audiovisuales como complemento.

Libro de Texto

Los primeros contenidos (hasta cadenas de Markov en tiempo continuo) se utilizará, en preferencia, el libro de Pinsky-Karlin (Pinsky & Karlin, 2011). En tanto, para el resto de los contenidos se tendrá como referencia principal los siguientes textos:

- Mikosch (Mikosch, 1998).
- Klebaner (Klebaner, 2005).

Contenidos tentativos

Es una lista tentativa, sujeta al tiempo disponible.

1. Cadenas de Markov, ejemplos.
2. Análisis de primer paso.
3. Matrices de transición regulares y clasificación de estados.
4. Teorema límite para cadenas de Markov.
5. Procesos de Poisson.
6. Leyes asociadas al proceso de Poisson.
7. Procesos de nacimiento y muerte.
8. Comportamiento límite de procesos de nacimiento y muerte.

9. Cadenas de Markov en tiempo continuo.
10. Movimiento Browniano.
11. Martingalas.
12. Integral estocástica.
13. Lema de Ito.
14. Ecuaciones Diferenciales Estocásticas.
15. Resolución de ecuaciones diferenciales estocásticas.
16. Aplicaciones a finanzas.

Evaluación

1. Tres exámenes parciales (90%); cada uno con un valor de 30%.
2. Proyecto de investigación (10%).

El cronograma respectivo de los exámenes parciales y del examen de ampliación es el siguiente:

- I Examen Parcial: Lunes 30 de Abril a la 1:00 PM.
- II Examen Parcial: Lunes 4 de Junio a la 1:00 PM.
- III Examen Parcial: Lunes 9 de Julio a las 8:00 AM.
- Examen de Ampliación: Jueves 19 de Julio a la 8:00 AM.

Con respecto al proyecto de investigación, su porcentaje se distribuirá en 5% de un trabajo escrito y 5% de una presentación en clase. Se seguirán los siguientes lineamientos:

- Como tema para el proyecto, el estudiante deberá seleccionar un tipo o clase de proceso estocástico que se relacionen con los temas del curso y que pueda tener alguna aplicación a las ciencias actuariales, la finanzas o alguna otra de las ciencias.
- El objetivo principal del proyecto consiste en hacer una revisión bibliográfica de las principales propiedades teóricas del proceso estocástico seleccionado y alguna de sus aplicaciones. Para esto el estudiante deberá basar su investigación en diferentes fuentes bibliográficas de manera que se demuestre que el trabajo realizado es relevante y actualizado. Alternativamente a realizar una investigación bibliográfica, el estudiante puede seleccionar una aplicación del proceso estocástico e implementar un ejercicio numérico computacional. De seleccionar esta opción, es entera responsabilidad del estudiante asegurarse que sea factible el obtener las bases de datos a utilizar en la implementación.

- El trabajo escrito deberá tener una extensión de mínimo 5 y máximo 10 páginas. Deberá contener un resumen al inicio y una estructura bien definida. Se evaluarán rubros como calidad del material, relevancia, claridad de exposición y el uso adecuado de fuentes bibliográficas, entre otros. De preferencia el documento deberá elaborarse en \LaTeX .
- La presentación oral deberá realizarse en un máximo de 20 minutos. Se evaluarán aspectos como la claridad de la exposición y el adecuado desarrollo del tema.
- Todo proyecto deberá ser discutido y aprobado previamente por el profesor. El documento escrito deberá entregarse a más tardar el mismo día que se realice la presentación oral. Asimismo deberá entregarse una copia del archivo de la presentación vía correo electrónico.

Para realizar examen de reposición, se debe entregar al profesor la solicitud por escrito acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y períodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera válidas. Una vez aprobada la reposición, el profesor le indicará al estudiante la fecha de reposición.

El estudiante aprueba el curso con una nota final ≥ 7.0 . Tiene derecho a examen de ampliación si su nota final es 6.0 o 6.5. Finalmente pierde el curso si tuvo un rendimiento menor a 6.0.

Horas de Consulta

Miércoles: 08:00 AM a 09:00 AM y Jueves: 9:00 AM a 11:00 AM. Oficina 317 en el edificio del CIMPA y la Escuela de Matemática en la Ciudad de Investigación de la Universidad de Costa Rica.

Bibliografía

1. Chung, K.L. & AitSahlia, Farid (2010). *Elementary Probability Theory: with stochastic processes and an introduction to mathematical finance*, 4ta edición, New York: Springer.
2. Hoel, P. G., Port, S. C., & Stone, C. J. (1972). *Introduction to Stochastic Processes*. Long Grove, IL: Waveland Press.
3. Klebaner, F. C. (2005). *Introduction to Stochastic Calculus with Applications*, 2da edición. London, UK: Imperial College Press.
4. Hui-Hsiung, Kuo (2006). *Introduction to Stochastic Integration*. New York, Springer.
5. Mikosch, T. (1998). *Elementary Stochastic Calculus with Finance in View*. Singapore: World Scientific.
6. J. R. Norris (1997). *Markov Chains*, Cambridge Series on Statistical and Probabilistic Mathematics, Cambridge University Press.

7. Pinsky, M. A., & Karlin, S. (2011). *An Introduction to Stochastic Modelling*. Burlington, MA: Academic Press.
8. J. M. Steele (2001). *Stochastic Calculus and Financial Applications*, Applications of Mathematics. Stochastic Modelling and Applied Probability 45, Springer-Verlag New York Inc.

Saludos cordiales,

Dr. José David Campos Fernández
Profesor del curso
josedavid.campos@ucr.ac.cr
Oficina 317, Ciudad de Investigación
Tel. 2511-6621