

Universidad de Costa Rica  
Escuela de Matemática  
II ciclo de 2018

## MA551 Principios de análisis II Carta al Estudiante

### 1 Presentación

Estimado estudiante, reciba la más cordial bienvenida al curso MA551. Este es un curso de cinco créditos, dirigido a estudiantes de la carrera de enseñanza de la matemática. En este curso se estudian los conceptos básicos de integración impropia, derivadas de funciones en varias variables y también integración múltiple. Se hace un balance entre el cálculo y el análisis. A continuación algunos detalles informativos sobre el curso.

Número de créditos: 5

Horas por semana: 5

Modalidad: Teórica y práctica.

### 2 Objetivo general

Adquirir el conocimiento y las destrezas básicas de la teoría del cálculo en varias variables para resolver problemas teóricos y ejercicios aplicados.

### 3 Objetivos específicos

1. Extender la definición de integral propia introduciendo el concepto de integral impropia.
2. Identificar integrales de primera, segunda o tercer especie.
3. Calcular integrales de primera, segunda o tercer especie.
4. Estudiar los criterios de convergencia para integrales de primera y segunda especie.
5. Aplicar los criterios de convergencia para integrales de primera y segunda especie.
6. Estudiar el concepto de serie numérica.
7. Aplicar los criterios de convergencia para series numéricas.
8. Estudiar conjuntos abiertos y cerrados.
9. Calcular límites de funciones en 2 o 3 variables.
10. Determinar si una función en varias variables es continua en un punto determinado.

11. Calcular derivadas parciales de funciones en varias variables.
12. Determinar la ecuación de un plano tangente a una superficie.
13. Aplicar la regla de la cadena para funciones en varias variables.
14. Calcular la derivada direccional de una función en varias variables.
15. Calcular el vector gradiente y las derivadas de orden superior.
16. Aplicar el criterio de la segunda derivada para clasificar extremos.
17. Calcular la derivada implícita de una función en varias variables.
18. Aplicar el método de multiplicadores de Lagrange para determinar extremos de una función condicionada.
19. Aplicar el teorema de Fubini.
20. Identificar la región de integración.
21. Calcular integrales dobles usando cambios de variables.
22. Calcular integrales dobles intercambiando el orden de integración.
23. Calcular integrales triples usando cambios de variables.
24. Calcular integrales triples intercambiando el orden de integración.

## 4 Contenidos

### 1. Integrales impropias

Integrales de funciones definidas en intervalos no acotados y de funciones no acotadas definidas en intervalos acotados. Criterios de convergencia.

### 2. Series numéricas

Series geométricas, telescópicas, criterios de convergencia. Series alternadas.

### 3. Funciones de varias variables

Campos escalares. Entornos. Conjuntos abiertos, regiones. Límites y continuidad.

### 4. Cálculo diferencial

Derivadas parciales. Planos tangentes. Diferencial de una función en un punto. Matriz asociada a un diferencial. Regla de la cadena en varias variables. Derivada direccional, vector gradiente, curvas de nivel. Derivadas de orden superior. Criterio de la segunda derivada para clasificar extremos. Máximos y mínimos. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Derivada implícita de una función en varias variables.

## 5. Integración múltiple

Integrales dobles sobre rectángulos. Teorema de Fubini. Integrales dobles sobre regiones mas generales. Cambio de variable a coordenadas polares. Integrales triples. Cambio de variable a coordenadas cilíndricas y esféricas. Otros tipos de cambio de variable.

## 5 Objetivos de aprendizaje

A continuación se detallan los objetivos específicos que se espera que logren los estudiantes. Los mismos son considerados para la selección de los ejercicios y problemas que se plantean en los exámenes.

### I PARCIAL

- (a) Aplicar la definición de integral impropia en el calculo de integrales de primera segunda o tercer especie.
- (b) Aplicar los criterios de convergencia para integrales de primera y segunda especie.
- (c) Determinar el valor exacto de una serie telescópica o geométrica.
- (d) Aplicar los criterios de convergencia para series numéricas.

### II PARCIAL

- (a) Calcular límites de funciones en 2 o 3 variables.
- (b) Utilizar diferentes trayectorias para determinar la no existencia de un límite.
- (c) Determinar si una función en 2 o 3 variables es continua en un punto determinado.
- (d) Utilizar la definición de derivada parcial para calcular derivadas de funciones en 2 o 3 variables.
- (e) Calcular derivadas parciales de funciones en 2 o 3 variables.
- (f) Determinar la ecuación de un plano tangente a una superficie.
- (g) Aplicar la regla de la cadena para funciones en varias variables.
- (h) Utilizar la definición de derivada direccional para calcular derivadas direccionales de funciones en 2 o 3 variables.
- (i) Calcular la derivada direccional de una función en varias variables.
- (j) Calcular el vector gradiente y las derivadas de orden superior.
- (k) Aplicar el criterio de la segunda derivada para clasificar extremos de funciones en 2 o 3 variables
- (l) Calcular la derivada implícita de una función en 2 o 3 variables.

### III PARCIAL

- (a) Aplicar el método de multiplicadores de Lagrange para determinar extremos de una función condicionada.
- (b) Dibujar la region de integración de una integral doble o triple.
- (c) Calcular integrales dobles usando cambios de variables en coordenadas polares.
- (d) Calcular integrales dobles intercambiando el orden de integración.
- (e) Calcular integrales triples usando cambios de variables a coordenadas cilíndricas o esféricas.
- (f) Calcular integrales triples intercambiando el orden de integración.
- (g) Calcular integrales dobles o triples haciendo otro tipo de cambio de variable.

## 6 Metodología

La estrategia principal para desarrollar el curso es la clase magistral y el trabajo en clase.

Recalamos que el estudiante requiere de muchas horas de estudio fuera de clase para hacer las prácticas, ya que para cada tema encontrará gran cantidad de ejercicios para reforzar lo visto en clase.

## 7 Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales, cada uno con un valor de 30%. Además se realizarán quices y trabajos a presentar en clase con un valor de 10%. Las fechas de los exámenes son:

Primer parcial: 18 de setiembre

Segundo parcial: 30 de octubre

Tercer parcial: 4 de diciembre

De acuerdo a la nota de aprovechamiento (NA) hay tres posibilidades:

1. Si  $NA \geq 7,0$  el estudiante aprueba el curso.
2. Si  $6,0 \leq NA < 7,0$  el estudiante tiene derecho a realizar un examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7,0 para aprobar el curso. En caso de aprobar dicho examen se le reportará 7,0 como nota final, de lo contrario se le reportará 6,0 o 6,5 según corresponda.
3. Si  $NA < 5$  el estudiante reprueba el curso.

### Disposiciones para la realizacion de pruebas escritas

1. Se debe presentar una identificación con foto: cédula de identidad, carné de la UCR, pasaporte o licencia de conducir, en buen estado.

2. Las pruebas deben realizarse en un cuaderno de examen, sin utilizar hojas sueltas, en forma ordenada, e indicando todas las justificaciones y pasos necesarios en cada respuesta.
3. Se debe resolver todo el examen utilizando bolígrafo de tinta azul o negra. Si la solución de un ejercicio tiene partes en lápiz, con tachones o líquido corrector, pierde el derecho a reclamos posteriores en ese ejercicio.
4. Debe llevar todos los materiales que necesite, tales como bolígrafo, lápiz, borrador, tajador y regla, puesto que no se permite el préstamo de ningún tipo de instrumento durante la realización de la prueba.
5. No se permite el ingreso de estudiantes a realizar la prueba después de treinta minutos de haberse iniciado la misma, como tampoco se podrá abandonar el recinto de examen en ese periodo de tiempo.
6. No se permite el uso de calculadora programable ni graficadora, celulares o cualquier otro aparato electrónico. En caso de portar alguno, debe apagarlo antes de que inicie la prueba y mantenerse guardado en el bolso o salveque.
7. Debe ser realizada de manera individual.
8. Se recomienda utilizar el servicio sanitario (si se necesita) antes de iniciarse la prueba. En caso de tener que utilizarlo durante la aplicación debe solicitar permiso a la persona encargada del cuidado de la prueba y cerrar su cuaderno de examen.
9. No se contestan preguntas durante la administración del examen, salvo que éstas se refieran al formato del mismo.
10. No se permitirá el ingreso de estudiantes que se presenten al sitio de aplicación de un examen después de 30 minutos de haber iniciado la prueba, ni retirarse antes de 30 minutos de iniciada la prueba, salvo casos de fuerza mayor. Las fechas que se indican a continuación podrán variar por razones de fuerza mayor. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente punto veinticinco (.25) o punto setenta y cinco (.75) , deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7.0) es la mínima para aprobar el curso Sobre el examen de ampliación: Como se mencionó anteriormente, aquellos estudiantes cuya nota de aprovechamiento sea inferior a 7 pero mayor o igual a 6 podrán realizar el examen de ampliación en la cual se le evaluarán todos los contenidos del curso.

#### Ausencias a los exámenes.

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (con comprobante médico), haber presentado dos exámenes el mismo día, choque de exámenes ( con constancia del coordinador respectivo), la muerte de un pariente hasta segundo grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo. En cualquier caso, el

estudiante debe dirigirse a la secretaría de la Escuela de Matemática (ubicada en el 2do piso) para adquirir una boleta de solicitud de reposición, la cual debe llenar con todos los datos que se le solicitan (también puede descargarla de la plataforma <http://emate.ucr.ac.cr>). Además, debe anexar los documentos que prueban el motivo de su ausencia. Dichos papeles deben ser entregados personalmente al profesor(a) encargado( a) del grupo donde se ha matriculado junto con una copia en los primeros cinco días hábiles después de haber realizado el examen.

## 8 Bibliografía

El curso no seguirá ningún libro en particular, sin embargo las siguientes referencias sirven para reforzar algunos temas y profundizar en otros.

- [1] Apostol, T. (1976). Análisis matemático. Segunda edición. Barcelona. Editorial Reverté, S.A.
- [2] Apostol, T. (1977). Calculus II. Segunda edición. Barcelona. Editorial Reverté, S.A.
- [3] Demidovich, B. Problemas y ejercicios del análisis matemático.
- [4] Stewart, J. (2002). Cálculo multivariable. Australia. Thomson Learning.

Prof. Jonathan Gutiérrez .

**`jonathan.gutierrez@ucr.ac.cr`**

Horas de consulta: Martes: 16:00- 17:00, Viernes: 15:00-16:30

Oficina # 332 Edificio Anexo de la escuela de Matemática.

Horas de consulta: Martes: 16:00- 17:00, Viernes: 15:00-16:30