UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática
Departamento de Enseñanza de la Matemática

EMat Escuela de Matemática

Curso: Ma-0307 **Geometría y Álgebra Lineal**

CARTA AL ESTUDIANTE ▫ II-2018

Requisitos: MA 0270-MA 0205 *Créditos*: 4
Correquisitos: no tiene *Tipo de curso*: teórico

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso Ma-0307 Geometría y Álgebra Lineal. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso y de consulta del profesor. Tenga presente que para tener éxito en este curso, aparte de las 5 horas semanales lectivas, usted debe invertir al menos 7 horas de estudio independiente.

I. DESCRIPCIÓN

Este curso va dirigido a estudiantes del cuarto ciclo del plan de estudios de la Carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Proporciona las herramientas básicas del álgebra lineal, donde además de la enseñanza de sus fundamentos, se hace énfasis en sus diversas aplicaciones, tanto en el campo de la ciencia como en la matemática misma, teniendo como pilar la teoría de espacios vectoriales y las transformaciones lineales, no sin antes estudiar en detalle sistemas de ecuaciones lineales, matrices y determinantes.

Se tienen en cuenta consideraciones importantes como: el nivel de preparación de los estudiantes, los cambios en la tecnología disponible y la necesidad teórica, así como las demandas de las disciplinas afines. Se presentan numerosas aplicaciones para la motivación del estudiante, además de servir éstas para observar el uso y potencial del álgebra lineal. La historia del álgebra lineal será fundamental en el desarrollo del curso para entender la evolución de la teoría hasta nuestros días.

S

e requiere que el estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto. Que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin, será necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo. Algunas de estas herramientas serán de uso cotidiano en cursos posteriores como Ecuaciones Diferenciales. Este curso requiere que el estudiante dedique una buena cantidad de tiempo a comprender los diferentes conceptos y los resultados teóricos estudiados en la clase.

II. OBJETIVOS GENERALES

Durante este curso, el estudiante debe ser capaz de:

1. Resolver problemas propios del álgebra lineal.
2. Desarrollar habilidades para interpretar, deducir y aplicar resultados del álgebra lineal.
3. Incentivar el uso correcto del lenguaje matemático y desarrollar la destreza para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
4. Establecer hábitos de investigación tanto a nivel de aplicaciones como en la historia del álgebra lineal.

III. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Durante este curso, el estudiante debe ser capaz de:

a. Aplicar los algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
b. Expresar, en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
c. Aplicar manejo fluido del álgebra matricial en la solución de sistemas de ecuaciones.
d. Aplicar el álgebra de matrices: suma de matrices, multiplicación de matrices y multiplicación por escalar.
e. Utilizar los conceptos fundamentales de los determinantes y el uso de sus propiedades en la solución de problemas.
f. Calcular la inversa de una matriz cuadrada siempre que ésta exista.
g. Caracterizar las matrices invertibles.
h. Establecer los conceptos básicos referentes a los espacios vectoriales y los conceptos fundamentales del álgebra vectorial.
i. Determinar si un conjunto dado de vectores en un espacio vectorial, es un conjunto de vectores linealmente independiente o dependiente.
j. Determinar si dado un conjunto de vectores linealmente independiente en un espacio vectorial, éste constituye una base.
k. Determinar el complemento ortogonal de un subespacio vectorial.
l. Construir una base ortogonal a partir de una base dada de un subespacio vectorial aplicando el método de Gram-Schmidt.

m. Evaluar los conceptos fundamentales de las transformaciones lineales y de sus matrices representativas.
n. Calcular el núcleo y la imagen de una transformación lineal dada.
o. Calcular los valores y vectores propios de una matriz cuadrada.
p. Analizar los conceptos fundamentales de valor y vector propio de una transformación lineal.
q. Establecer las aplicaciones de los valores y vectores propios en la identificación de cónicas con término mixto y en otras áreas interdisciplinarias.
r. Introducir cada uno de los temas tomando en cuenta su evolución histórica, además realizar investigaciones sobre su aplicabilidad actual.
s. Realizar algunas aplicaciones del software Mathematica en la solución de problemas de álgebra lineal.

IV. CONTENIDOS

1.- ***Matrices y sistemas de ecuaciones lineales*** (3 semanas)
Definición y reseña histórica de las matrices. Igualdad de matrices. Algebra de las matrices. Producto de matrices. Propiedades de las operaciones con matrices. Tipos especiales de matrices: matrices elementales, matriz diagonal, matriz triangular, matriz simétrica y antisimétrica, matriz escalar, matriz escalonada, reducida por filas, matrices equivalentes, matriz invertible, matriz involutiva. Método de Gauss-Jordan para determinar la matriz inversa de una matriz invertible. Introducción histórica de los sistemas de ecuaciones lineales, desde los egipcios hasta el presente. Definición de un sistema de *m* ecuaciones lineales con *n* incógnitas. Solución y conjunto de soluciones del sistema de ecuaciones. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Sistemas equivalentes. Matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales. Estructura matricial de un sistema de ecuaciones lineales.
Software: Mathematica.
Aplicaciones: A la economía, teoría de gráficas (grafos), modelos en sociología y comunicaciones, teoría de juegos, proyecciones en perspectiva, modelos de computadora en el diseño de aeronaves, etc.

2. ***Determinantes*** (2 semanas)
Introducción histórica de los determinantes. Importancia y aplicaciones. Determinante de una matriz. Propiedades de los determinantes. Cálculo del determinante por cofactores. Matriz Adjunta. Cálculo de la inversa de una matriz regular por medio de la matriz adjunta. Regla de Cramer. Rango de una matriz.
Software: Mathematica.

3. ***Espacios vectoriales***: (4 semanas)
Introducción histórica del álgebra vectorial. Precursores. Elementos de Geometría vectorial. Producto vectorial. Rectas y planos en R^n. El espacio vectorial sobre un campo K. Propiedades fundamentales de los espacios vectoriales. Subespacios vectoriales. Sumas y sumas directas de subespacios. El espacio vectorial producto.

Subespacio generado por una familia finita de vectores. Los subespacios vectoriales de R^3 rectas y planos). Combinaciones lineales de vectores. Familias libres y ligadas de un espacio vectorial de dimensión finita. Subespacios vectoriales del espacio vectorial de las matrices cuadradas y sus respectivas dimensiones. Concepto de ortogonalidad y producto interno. Complemento ortogonal a un subespacio dado.
Software: Mathematica.
Aplicaciones de los espacios vectoriales: códigos de corrección, vuelos espaciales y sistemas de control, ecuaciones en diferencias, cadenas de Markov.

4.- ***Ortogonalidad y proyecciones***: (2 semanas)
Introducción histórica e importancia del concepto de ortogonalidad. Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.
Software: Mathematica.
Aplicaciones: Sistemas de navegación, ajustar curvas con mínimos cuadrados, regresión múltiple. Dibujo técnico y vistas.

5. ***Transformaciones lineales y matrices***: (3 semanas)
Introducción histórica y su papel en el álgebra lineal de las transformaciones lineales. Definición. Álgebra de las transformaciones lineales. Núcleo, rango y nulidad de una transformación lineal. Isomorfismo entre espacios vectoriales. Caracterización de transformaciones lineales. Imagen de una familia de generadores. Determinación de aplicaciones lineales. Definición de matriz asociada a una aplicación lineal. Isomorfismo entre aplicaciones lineales y matrices. Matriz asociada a la composición de aplicaciones lineales. Matriz de pasaje. Cambio de base. Caracterización de matrices invertibles a través de la matriz representativa de una aplicación lineal. Traslaciones, reflexiones y rotaciones. Homotecias.
Software: Mathematica.
Aplicaciones: Gráficación por computadora. Aplicación a imágenes digitales. Registro de Imágenes mediante transformaciones lineales por trozos. Fractales lineales.

6. ***Valores y vectores propios*** (2 semanas)
Definición de valor y vector propio de un endomorfismo. Valores y vectores propios de una matriz. Historia e importancia de los valores y vectores propios. Polinomio característico de una matriz y de un endomorfismo. Diagonalización de matrices. Diagonalización ortogonal de matrices. Diagonalización de matrices simétricas. Formas cuadráticas reales. Aplicación a secciones cónicas. Aplicaciones a otras áreas interdisciplinarias.
Software: Mathematica.
Aplicaciones: Sistemas dinámicos discretos. Procesos de difusión. Procesamiento de imágenes multicanal. Componentes principales. Aplicación a google. Detectar defores-

tación, aplicaciones a sistemas dinámicos, calentamiento global, aplicaciones a la construcción de puentes, detección de zonas pobladas, etc.

V. METODOLOGÍA

Entre las estrategias principales para desarrollar el curso están la clase magistral, uso de software, trabajo individual y discusiones de temas. Para esta última es fundamental la participación del estudiante. En cada unidad didáctica se dedicarán lecciones al desarrollo teórico y práctico. En las lecciones prácticas es sumamente importante la participación en la resolución de problemas, para lo cual es vital la dedicación que éste le asigne a la práctica en sus horas de estudio en casa.

El objetivo es colocar la temática del álgebra lineal que introduzca de manera sutil al estudiante en el campo de la abstracción sin abrumarlo. Posteriormente, proporcionar los elementos teóricos fundamentales que le permitan familiarizarse con una gran diversidad de aplicaciones. En cada capítulo se presentan aplicaciones de los temas tratados, algunas de estas aplicaciones se pueden hacer de manera inmediata, otras se tratarán en cursos posteriores.

El estudiante requiere de muchas horas de estudio fuera de clase para trabajar los ejercicios propuestos, dado que en cada capítulo encontrará suficientes de ellos que ilustran los contenidos de las unidades didácticas. Por eso es necesario tener disponibilidad para esta labor. Se utilizará software amigable para el uso del álgebra lineal como Mathematica.

VI. EVALUACIÓN

La nota de aprovechamiento NA se calculará así:
Tres exámenes parciales: 90% (30%, 30%,30%). La duración de cada uno de los parciales es de 3 horas. Quices: 10%.

Reporte de la nota final
Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:
Si NA $\geq$ 6.75 el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5

Si 5.75 $\leq$ NA < 6.75, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6.0 o 6.5, la más cercana a NA.

Si NA < 5.75 pierde el curso y y su nota final es la nota *n* redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

VII. CALENDARIO DE EXÁMENES:

Examen	Día	Hora
Parcial I	Miércoles 12 de set.	8 am
Parcial II	Miércoles 31de octubre	8 am
Parcial III	Martes 4 de diciembre	8 am
Ampliación	Miércoles 12 de dic.	8 am

Exámenes de reposición:
Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen según indica el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil podrán realizar el examen de reposición, ***siempre que llenen la boleta de justificación*** (se descarga del sitio emate.ucr,ac,cr de la Escuela de Matemática), adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero 72 segundo piso FM, en los cinco días hábiles siguientes después de la incorporación del estudiante.

El estudiante puede consultar el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil** en **http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf** con el fin de aclarar alguna duda con lo estipulado en este documento.

VIII. CRONOGRAMA

La programación de las temáticas se especifican en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo:

SESIÓN	TEMAS	SESIÓN	TEMAS
13 al 17 de Agosto	Definición. Igualdad de matrices. Algebra de las matrices. Producto de matrices. Propiedades de las operaciones con matrices. Tipos especiales de matrices: matrices elementales, matriz diagonal, matriz triangular, matriz simétrica y antisimétrica, matriz escalar, matriz escalonada, reducida por filas, matrices equivalentes, matriz invertible, involutiva	8 al 12 de Oct.	Subespacios vectoriales del espacio vectorial de las matrices cuadradas y Subespacios vectoriales del espacio vectorial de las matrices cuadradas y sus respectivas dimensiones. Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio.
20 al 24 de Agosto	Método de Gauss-Jordan para determinar la matriz inversa de una matriz invertible. Definición de un sistema de *m* ecuaciones lineales con *n* incógnitas.	15 al 19 de Oct.	Concepto de ortogonalidad y producto interno. Complemento ortogonal a un subespacio dado.
27 al 31 de Agosto	Solución y conjunto de soluciones del sistema de ecuaciones. Sistemas homogéneos y no homogéneos. Sistemas equivalentes. Matriz asociada a un sistema de ecuaciones lineales. Estructura matricial de un sistema de ecuaciones lineales.	22 al 26 de Oct.	Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.
3 al 7 de Set.	Cálculo de la inversa de una matriz. Determinante de una matriz. Propiedades de los determinantes. Cálculo del determinante por cofactores.	29 de Oct. al 2 de Nov.	Definición. Álgebra de las transformaciones lineales. Núcleo, rango y nulidad de una transformación lineal. Isomorfismo entre espacios vectoriales. Isomorfismo entre aplicaciones lineales y matrices. Caracterización de matrices invertibles a través de la matriz representativa de una aplicación lineal
10 al 14 de Set.	Matriz Adjunta. Cálculo de la inversa de una matriz, por medio de la matriz adjunta. Regla de Cramer. Rango de una matriz		II Examen 31 octubre: semanas 5 a la 11.
	I Examen 12 setiembre: semanas 1 a la 4.	5 al 9 de Nov.	Caracterización de transformaciones lineales. Imagen de una familia de generadores. Determinación de aplicaciones lineales. Definición de matriz asociada a una aplicación lineal.
17 al 21 de Set.	Vectores en R^2 y R^3. Norma de un vector. Producto Cruz.	12 al 16 de Nov.	Matriz asociada a la composición de aplicaciones lineales. Traslaciones, reflexiones y rotaciones. Homotecias. Matriz de pasaje. Cambio de base.
24 al 28 de Set.	Planos y rectas en R^3. El espacio vectorial sobre un campo K. Propiedades fundamentales de los espacios vectoriales. Subespacios vectoriales. Sumas y sumas directas de subespacios. El espacio vectorial producto. Subespacio generado por una familia finita de vectores.	19 al 23 de Nov.	Definición de valor y vector propio de un endomorfismo. Valores y vectores propios de una matriz. Polinomio característico de una matriz y de un endomorfismo. Diagonalización de matrices.
1 al 5 de Oct.	Los subespacios vectoriales de R^3 (rectas y planos). Combinaciones lineales de vectores. Familias libres y ligadas de un espacio vectorial de dimensión finita.	26 al 30 de Nov.	Diagonalización ortogonal de matrices. Diagonalización de matrices simétricas. Formas cuadráticas reales. Aplicación a secciones cónicas. Aplicaciones a otras áreas interdisciplinarias.
			III Examen 4 diciembre: semanas 12 a la 16.

IX. BIBLIOGRAFÍA

1. Harvey, G. (1992) *Álgebra lineal*. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

2. Arce,C, Castillo,W y González, J. (2004) *Álgebra lineal*. Tercera edición. UCR. San Pedro.
3. Anton, H. (2001) *Introducción al Álgebra Lineal*. Quinta edición. Limusa. México.
4. Del Valle, Juan C. (2012) *Álgebra lineal para estudiantes de ingeniería y ciencias*. Mc Graw Hill. México.
5. Hill, R. (1996) *Álgebra Lineal Elemental con Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
6. Hoffman K- Kunze R. (1971) *Álgebra lineal*. Prentice Hall. México.
7. Kolman, B. (1999) *Álgebra lineal con aplicaciones y Matlab*. Segunda edición. Prentice Hall. México.
8. Grossman, S. (1996) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Quinta edición. Mc Graw Hill. México.
9. Grossman, S-Flores, José. (2012). *Álgebra lineal*. Mc Graw Hill. México.
10. Lay, D. (2012) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. Cuarta edición. Prentice Hall. México.
11. Noble, D. (1989) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. Tercera edición. Prentice Hall. México.
12. Pita, Claudio. (1991) *Álgebra lineal con aplicaciones*. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.

Atentamente:

Prof: Luis Diego Rodriguez Hidalgo

Oficina 330 edif. Matemática finca 2

Casillero 72

Correo: luis.rodriguezhidalgo@ucr.ac.cr

Horario de consulta en oficina: L: 10-12
J: 10-12

Horario de clase: L: 7-10; J: 7-9 aula 207 FC