



CARTA AL ESTUDIANTE

Curso: MA -304

Nivel: segundo año segundo ciclo

Tipo de Curso: teórico

Créditos: 4

Requisitos: MA-205

Co-requisitos:

Horas presenciales: 5

Estimado estudiante: Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-304 Álgebra y Análisis II. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación y referencias bibliográficas, horario del curso y de consulta por parte del profesor. El curso consta de 5 horas lectivas durante la semana y por su carga académica se recomienda un mínimo de 7 horas semanales adicionales de trabajo por parte del estudiante.

I. DESCRIPCIÓN

Este es un curso de introducción al análisis real. El estudiante tomará contacto con los números reales y sus propiedades características de completitud. También estudiará el concepto de numerabilidad en relación con los conjuntos numéricos introducidos. Asimismo se encontrará con los conceptos de sucesiones y series numéricas, finalmente con la construcción de funciones trascendentes.

II. OBJETIVOS

Generales:

1. Contribuir a la formación matemática del estudiante, fundamental para describir, plantear y resolver problemas propios de su disciplina.
2. Contribuir con el desarrollo del estudiante y de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra y el análisis.
3. Propiciar el uso correcto del lenguaje matemático y desarrollar la destreza para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.

Específicos:

1. Estudiar los números reales desde diferentes puntos de vista, analizando sus propiedades algebraicas y analíticas y los diferentes enfoques a la hora de definirlos.
2. Entender la diferencia entre los conceptos de conjunto infinito y numerable.
3. Entender los conceptos de densidad y completitud de conjuntos infinitos.
4. Entender la necesidad de construir o axiomatizar el conjunto \mathbb{R} .
5. Reconocer la utilidad del concepto de completitud en \mathbb{R} .

6. Entender los conceptos de sucesión numérica y serie numérica.
7. Ser capaz de trabajar con sucesiones y series numéricas para plantear y resolver problemas.
8. Utilizar correctamente los criterios elementales para determinar la convergencia de sucesiones y de series.

III. CONTENIDOS

1. LOS NÚMEROS REALES:

El paso de \mathbb{Q} a \mathbb{R} . El Axioma del Extremo Superior. Arquimedianidad. Existencia de raíces. Densidad de \mathbb{Q} .

2. EQUIPOTENCIA, CONJUNTOS INFINITOS Y NUMERABLES:

Equipotencia. Conjuntos finitos, infinitos. Conjuntos numerables, no numerables. Numerabilidad de \mathbb{Q} . No enumerabilidad de \mathbb{R} . Teorema de Cantor-Bernstein-Schröder.

3. SUCESIONES Y SERIES NUMÉRICAS:

Sumatorias, fórmula del binomio. Desigualdad de Bernoulli. Sucesiones convergentes, acotadas, recurrentes. Cálculo de límites. Sucesiones de Cauchy. Existencia de raíces vía sucesiones. Series. Series geométricas y telescópicas. Series alternadas. Series de términos positivos y criterios de convergencia.

4. EXPANSIONES:

Expansiones de números racionales e irracionales en distintas bases, y sus propiedades.

5. FUNCIONES TRASCENDENTES:

Construcción de la función exponencial vía sucesiones. Funciones logarítmicas. El número e como suma infinita. Irracionalidad del número e . Construcción de las funciones trigonométricas.

IV. METODOLOGÍA

Las clases serán primordialmente magistrales, con sesiones de ejercicios en fechas previas a las pruebas escritas, así como exposiciones hechas por los estudiantes para sus trabajos de investigación.

V. EVALUACIÓN

Los estudiantes serán evaluados según su desempeño en las siguientes asignaciones:

1. Tres exámenes parciales con un valor de 30% el más alto y 25% los restantes.
2. Una proyecto con una exposición y reporte escrito con un valor de 20%.

La nota final del curso será la suma de los porcentajes obtenidos por el estudiante en cada uno de los rubros anteriores. La nota se presentará en una escala de 0 a 10.

VI. CRONOGRAMA

Semana	Actividad
13 agosto – 18 agosto	Axiomatización de \mathbf{R} , orden, valor absoluto.
20 agosto – 25 agosto	Completitud de \mathbf{R} , aplicaciones del supremo. Intervalos y decimales.
27 agosto – 1 setiembre	Equipotencia. Conjuntos finitos, infinitos. Conjuntos numerables, no numerables.
3 setiembre – 7 setiembre	Numerabilidad de \mathbf{Q} . No enumerabilidad de \mathbf{R} . Teorema de Cantor-Bernstein-Schröder.
10 setiembre - 14 setiembre	Sumatorias, fórmula del binomio. Desigualdad de Bernoulli.
17 setiembre - 21 setiembre	Sucesiones convergentes, acotadas, recurrentes. Subsucesiones. Calculo de límites.
24 setiembre – 28 setiembre	Sesión de ejercicios. Primer parcial (27 de setiembre)
1 octubre – 5 octubre	Sucesiones de Cauchy. Existencia de raíces vía sucesiones.
8 octubre – 12 octubre	Series. Series geométricas y telescópicas.
15 octubre – 19 octubre	15 de octubre: Feriado Series alternadas, series de términos positivos.
22 octubre – 26 octubre	Sesión de ejercicios. Segundo parcial (25 de octubre)
29 octubre – 2 noviembre	Criterios de convergencia.
5 noviembre – 9 noviembre	Expansiones de números racionales e irracionales en distintas bases, y sus propiedades.
12 noviembre – 16 noviembre	Funciones trascendentes.
19 noviembre – 23 noviembre	Funciones trascendentes.
26 noviembre – 30 noviembre	Presentación de proyectos.
3 diciembre	Tercer Parcial: 10:00 am.

11 diciembre	Ampliación.

VII. BIBLIOGRAFÍA

1. S. Cambronero y A. Duarte. Análisis real a través de sucesiones.
2. Piza, E. Introducción al Análisis Real en una Variable. Editorial de la Universidad de Costa Rica, San José.
- 3, Piza, E. Los Números Reales. Editorial CIMPA, San José.
4. Robert G. Bartle y Donald R. Sherbert, Introducción al Análisis Matemático de una Variable. Editorial Limusa, México, 1996.
5. E.D. Bloch, The Real Numbers and Real Análisis, Springer, NY 2011.
6. Halmos, P.R. Naive Set Theory. Springer-Verlag, NY 1974.
7. Rudin, W. Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, 2da. Edición. 1966.

Profesora Samaria Montenegro Guzmán

Oficina 1 CIMPA, segundo piso, ciudad de la investigación.

Correo: samaria.montenegroguzman@ucr.ac.cr

Teléfono: 25113716

Horario de clase:

Lunes de 11:00 a 12:50, aula 402 FM.

Jueves de 10:00-12:50, aula 404 FC.

Horario de consulta: Martes de 1:30 a 3:30 pm.