



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Departamento de Enseñanza de la Matemática

Programa del Curso
MA0371: Álgebra para Enseñanza

Tipo de Curso:	Teórico
Ubicación en el plan:	IV año, I Ciclo
Horas:	5 Semanales
Créditos:	5
Requisitos:	MA0304, MA0307
Co-requisitos:	No tiene

Estimado estudiante: Reciba la más cordial bienvenida al curso MA0371, Álgebra para Enseñanza. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso, consulta con el profesor entre otros. Tenga presente que el curso requiere de 10 horas de estudio independiente, aparte de las 5 horas de clase semanales.

1 DESCRIPCIÓN

Este curso está dirigido a estudiantes de cuarto año de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR, y que tengas conocimientos en conjuntos numéricos y álgebra lineal. Este curso introduce los conceptos básicos de álgebra moderna o estructuras algebraicas. Se hace una presentación simple de grupos, anillos y cuerpos, sin perder de vista la formalidad. dando pruebas y definiciones de manera rigurosa. Se incluye además algunos aspectos teóricos y aplicaciones dentro y fuera de la matemática. Finalmente, se estudia un poco acerca de la extensiones de cuerpos, para poder discutir problemas clásicos como la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo. Entre los principales contenidos que se vinculan con el quehacer docente, se puede mencionar el estudio de los anillos de polinomios, así como la factorización o determinación de raíces para ecuaciones polinomiales de segundo y tercer grado. Además, se estudia también la estructura de grupos de simetrías, para el correspondiente estudio de la geometría plana.

2 OBJETIVOS

Durante este curso, el estudiante deber ser capaz de:

1. Conocer el conjunto de los números complejos.
2. Resolver operaciones aritméticas en el conjunto de los números complejos.
3. Calcular potencias y raíces de números complejos.
4. Calcular la forma polar de un número complejo.
5. Demostrar propiedades algebraicas de los números complejos.
6. Conocer los conceptos básicos de la teoría de grupos.
7. Demostrar los teoremas básicos de la teoría de grupos.
8. Calcular el orden de un grupo y de un elemento.
9. Calcular subgrupos de un grupo dado.
10. Calcular órbitas de elementos de un grupo.
11. Conocer los conceptos básicos de la teoría de anillos.
12. Demostrar los teoremas básicos de la teoría de anillos.
13. Conocer las propiedades de los anillos enteros y euclidianos.
14. Conocer los métodos clásicos para la resolución de ecuaciones polinomiales.
15. Conocer las propiedades de los anillos de polinomios.
16. Hacer operaciones con polinomios.
17. Conocer los conceptos básicos de la teoría de cuerpos.
18. Demostrar los teoremas básicos de la teoría de cuerpos.

3 CONTENIDOS

1. **Números Complejos:** Aritmética de los números complejos. Módulo, argumento. Forma polar de un número complejo. Fórmula de DeMoivre, raíces enésimas de números complejos. Fórmula de Euler y exponencial compleja.
2. **Grupos:** Axiomas de grupo, subgrupos, grupo generado. Orden de un elemento. Órbita de un elemento. Homomorfismo e isomorfismo de grupos, grupos cíclicos. Producto directo de grupos. Teorema de Lagrange, grupos normales, clases laterales. Centralizador y centro de un grupo. Grupos de permutaciones, representación de permutaciones.
3. **Anillos:** Axiomas de anillos, ideales. Homomorfismos y anillos cociente. Anillos enteros, factoriales y euclidianos. Anillos de polinomios. Factorización en anillos de polinomios. polinomios irreducibles. Algoritmo de la división en anillos de polinomios. Métodos clásicos para resolver ecuaciones polinomiales.
4. **Cuerpos:** Axiomas de cuerpo, subcuerpos, extensiones finitas de cuerpos. Constructibilidad, cuerpos finitos.

4 METODOLOGÍA

El profesor desarrolla las ideas principales de los contenidos y las demostraciones, y además promueve la participación de los estudiantes en clases, mediante preguntas. Los contenidos serán expuestos dando énfasis a la comprensión de los conceptos y métodos propios del álgebra, y al uso correcto del lenguaje matemático. Después del desarrollo de cada temática se realizarán prácticas en clase, con el fin de profundizar los aspectos antes mencionados. Durante las sesiones de ejercicios, el docente y los estudiantes trabajarán en la resolución y planteo de posibles estrategias para resolver los ejercicios del curso. Se utilizará también software para resolver problemas sencillos relacionados con la teoría de grupos, anillos y cuerpos.

La participación activa del estudiante es la base para el desarrollo del curso. El docente contribuye como mediador y motivador durante este proceso. Así mismo, procurará situaciones que inviten al estudiantado a reflexionar sobre la labor docente desde ambos puntos de vista: académicos y éticos. Se recomienda que durante al menos 10 horas de trabajo extra clase, cada estudiante realice las siguientes actividades:

- Leer la teoría vista en la clase anterior, para recordar los conceptos y demostraciones estudiadas.
- Resolver todos los ejercicios propuestos.
- Escribir las dudas de la teoría y de los ejercicios, para preguntarlas al profesor en las horas de consulta.
- Resumir los teoremas principales, así como los principales métodos vistos en las demostraciones, además de técnicas, conceptos y otros.
- Hacer uso de las horas de consulta.
- Organizar grupos de estudio.

5 EVALUACIÓN

Para la evaluación diagnóstica, se discutirá algunos conceptos básicos de divisibilidad y congruencias modulares, así como teoría básica de álgebra lineal.

Para evaluar sumativamente el logro de los objetivos se realizarán tres pruebas escritas parciales. El valor de estas pruebas corresponde a:

Rubro	%
I Parcial	30
II Parcial	25
III Parcial	25
Total	80

Las pruebas escritas parciales son de desarrollo, evalúan el logro de los objetivos antes mencionados, y por ende se evalúa mediante ejercicios de carácter teórico y práctico. La duración programada de las pruebas es de tres horas.

Además, se asignarán al menos 3 tareas escritas, las mismas, consistirán de tres o más ejercicios de las listas de ejercicios propuestos para el curso. El profesor asignará la tarea cuando termine

la presentación y discusión de alguna temática en clases, y la tarea deberá entregarse una semana después. De todas las tareas, se escogerá tres para calificarse, el profesor indicará cuáles se calificarán. El valor total de las tareas es de 10%.

Finalmente, se realizarán sesiones de ejercicios en clases, las mismas consisten en lo siguiente: el día de entrega de cada tarea, el profesor escogerá con un algún método previamente acordado a dos o más estudiantes para que presenten en la pizarra la solución de los ejercicios de la tarea, el estudiante debe escribir y explicar la solución, y responder las preguntas que se la hagan del ejercicio. Cada estudiante deberá realizar al menos tres presentaciones de ejercicios. El valor total de las presentaciones es de 10%.

La nota final N , será la suma de los porcentajes obtenidos en cada prueba parcial, junto con los porcentajes de tareas y presentaciones. Los totales se presentan en la siguiente tabla.

Rubro	%
Pruebas	80
Tareas	10
Presentaciones	10
Total	100

De acuerdo con el artículo 25 del [Reglamento de Régimen Académico Estudiantil](#), esta se expresa en una escala de 0 a 10, en múltiplos de 0.5, y se reporta de la siguiente manera:

- Si $N \geq 6.75$, entonces el estudiante aprueba el curso con la nota final redondeada.
- Si $5.75 \leq N < 6.75$, entonces el estudiante tiene derecho a hacer el examen de ampliación.
- Si $N < 5.75$, entonces el estudiante pierde el curso con la nota final redondeada.

Respecto de la evaluación formativa, después de cada tema se llevará a cabo sesiones de ejercicios y repaso con los estudiantes. Durante las mismas, el profesor propone algunos ejercicios para que los estudiantes los resuelvan, en este tiempo el profesor aclara dudas individuales y guía a los estudiantes. Luego, el profesor propone una solución a los ejercicios y se discute con los estudiantes.

6 CALENDARIO DE EXÁMENES

Las fechas de las pruebas escritas se detallan a continuación, siempre que haya disponibilidad de aulas en la universidad.

Prueba	Fecha y Hora
I Parcial	Viernes 5 de Mayo 1:00 p.m.
II Parcial	Viernes 3 de Junio 1:00 p.m.
III Parcial	Martes 10 de Julio 1:00 p.m.
Ampliación	Martes 17 de Julio 1:00 p.m.

7 EXAMEN DE AMPLIACIÓN

Tal y como se menciona en la sección anterior, el estudiante cuya nota final sea mayor o igual que 5.75, pero menor que 6.75, tiene derecho a realizar el examen de ampliación. El mismo consiste de una prueba escrita, que abarca todos los contenidos del curso.

8 EXAMEN DE REPOSICIÓN

En caso de que un estudiante no pueda asistir a alguna de las pruebas parciales, con razones justificadas (de acuerdo con el artículo 24 del [Reglamento de Régimen Académico Estudiantil](#)), tiene derecho a hacer un examen de reposición. Para hacer valer este derecho debe presentar al profesor la solicitud por escrito, acompañada de la documentación que justifica la ausencia. Esto debe hacerlo durante los siguientes cinco días hábiles a partir de que se reintegre a sus estudios. El profesor revisará la documentación e informará al estudiante en caso de aprobar la solicitud.

9 HORAS DE CLASE Y CONSULTA

El horario de clases es el siguiente:

Día	Hora	Lugar
Martes	13:00 a 16:00	FM0216
Viernes	13:00 a 15:00	FM0216

El horario de consulta es el siguiente:

Día	Hora	Lugar
Martes	16:00 a 17:00	Oficina 310
Viernes	15:00 a 17:00	Oficina 310

En caso de que algún estudiante por una alguna razón justificada no pueda asistir a consulta en este horario, puede comunicarse con el profesor para concertar una cita en otro horario, siempre que las posibilidades lo permitan.

10 BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

Se recomienda consultar los siguientes libros para profundizar algunos temas, o revisar una presentación diferente, así como para encontrar diferentes ejercicios.

M. Armstrong. (1988) *Groups and Symmetry*. New York: Springer – Verlag.

M. Artin. (1991) *Algebra*. New Jersey: Prentice – Hall.

E. Barbeau. (1989) *Polynomials*. New York: Springer – Verlag.

I. Herstein. (1996) *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice – Hall.

J. Rotman. (1995) *An Introduction to the Theory of Groups*. New York: Springer – Verlag.

J. Swallow. (2004) *Exploratory Galois Theory*. Cambridge University Press.

R. Wilson. (2009) *The Finite Simple Groups*. Springer.

11 CRONOGRAMA

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos, esto significa que en algunos casos puede que no se cumpla exactamente con las fechas, sin embargo, el profesor tratará en la medida de lo posible de apegarse al mismo para cubrir de manera adecuada los contenidos del curso.

# Semana	Fechas	Temas
1	12 al 18 de Marzo	Lectura de la carta al estudiante y Diagnóstico.
2	19 al 25 de Marzo	Aritmética de los números complejos. Módulo, argumento. Forma polar de un número complejo.
	26 de Marzo al 1 de Abril	Semana Santa
3	2 al 8 de Abril	Fórmula de DeMoivre. Raíces enésimas. Fórmula de Euler.
4	9 al 15 de Abril	Axiomas de grupo, subgrupos, grupo generado.
5	16 al 22 de Abril	Orden de un elemento. Órbita de un elemento. Grupos cíclicos.
6	23 al 29 de Abril	Homomorfismos. Teorema de Lagrange. Grupos normales, coclases.
7	30 de Abril al 6 de Mayo	Producto directo de grupos. Centralizador y centro de un grupo. IPP
8	7 al 13 de Mayo	Grupos de permutaciones, representación de ciclos disjuntos. Transposiciones.
9	14 al 20 de Mayo	Axiomas de anillos, ideales. Homomorfismos y anillos cociente.
10	21 al 27 de Mayo	Anillos enteros, factoriales y euclidianos.
11	28 de Mayo al 3 de Junio	Anillos de polinomios. Factorización. Polinomios irreducibles. Algoritmo de la división.
12	4 al 10 de Junio	Métodos clásicos para resolver ecuaciones polinomiales. IIPP
13	11 al 17 de Junio	Axiomas de cuerpo. Subcuerpos.
14	18 al 24 de Junio	Extensiones finitas de cuerpos.
15	25 de Junio al 1 de Julio	Constructibilidad.
16	2 al 8 de Julio	Cuerpos finitos.
	9 al 15 de Julio	III PP

	16 al 22 de Julio	Ampliación
--	-------------------	-------------------

Cualquier otro aspecto no tomado en cuenta en este documento debe ser expuesto y analizado en clase en primera instancia, apegándose a los reglamentos universitarios vigentes, o de ser necesario llevarlo a los órganos correspondientes.

Esperando el buen desarrollo del curso, la mejor relación con usted, pero sobre todo su éxito, lo saluda cordialmente,

Jeremías Ramírez Jiménez

Profesor del curso

jeremias.ramirez@ucr.ac.cr

Oficina: 310 Edificio de matemática en finca 2.