

6. Demostrar propiedades de los números reales.
7. Enunciar y ejemplificar el concepto de sucesión numérica, así como otros conceptos afines.
8. Aplicar el concepto de sucesión numérica en situaciones diversas.
9. Calcular límites de sucesiones justificando el procedimiento.
10. Demostrar la convergencia o divergencia de una sucesión.
11. Analizar la convergencia o no de sumas infinitas.
12. Utilizar la teoría de series numéricas para el análisis de las expansiones de los números reales.
13. Enunciar y ejemplificar los conceptos de conjuntos equipotentes y numerables en subconjuntos de números reales.
14. Construir funciones biyectivas entre conjuntos equipotentes.
15. Analizar la numerabilidad de los racionales y la no numerabilidad de \mathbb{R} .
16. Demostrar las propiedades de la función exponencial y logarítmica en \mathbb{R} a partir de las propiedades en \mathbb{Q} usando las expansiones decimales.
17. Elaborar y exponer reportes con base en lecturas o en discusiones en clase, sobre elementos de la historia de los números reales y de las sucesiones numéricas.
18. Describir el estudio de los contenidos asociados a números reales y sucesiones numéricas que se proponen en el Programa de Estudio de Matemática del MEP.
19. Elaborar y exponer reportes sobre estudio de los contenidos asociados a números reales y sucesiones numéricas que se proponen en el Programa de Estudio de Matemática del MEP.

III. CONTENIDOS

TEMA 1: Los números reales

Presentación axiomática de \mathbb{R} . Propiedades algebraicas y de orden de \mathbb{R} . Valor absoluto, parte entera. El axioma del Extremo Superior. Caracterización del supremo y del ínfimo. Principio de Arquímedes. Existencia de raíces. Intervalos y decimales. Elementos de la historia de los números reales. Exigencias metodológicas del tema números reales en los programas vigentes del Ministerio de Educación Pública Costa Rica.

TEMA 2: Sucesiones

Concepto de sucesión, convergencia. Teoremas de límites. Cálculo de límites de sucesiones. Sucesiones monótonas. Subsucesiones y el teorema de Bolzano Weierstrass. Existencia de raíces vía sucesiones. Criterio de Cauchy. Sucesiones divergentes. Elementos de la historia de las sucesiones numéricas. Exigencias metodológicas del tema relaciones y álgebra, asociados con el proceso de enseñanza- aprendizaje de las sucesiones numéricas en los programas vigentes del Ministerio de Educación Pública Costa Rica.

TEMA 3: Expansiones

Expansiones decimales. Series numéricas y expansiones de los números reales.

TEMA 4: Equipotencia

La relación de equipotencia de conjuntos. Conjuntos finitos e infinitos. Conjuntos numerables y no numerables. Numerabilidad de \mathbb{Q} . Innumerabilidad de \mathbb{R} .

TEMA 5: Funciones exponencial y logarítmica

Construcción de la función exponencial vía sucesiones. El logaritmo, el número e , logaritmo natural. Propiedades. El número e como suma infinita. Irracionalidad del número e .

IV. METODOLOGÍA

Las clases presenciales se complementan con el trabajo de los estudiantes en grupos para resolver ejercicios, con sesiones de discusión sobre artículos de historia y exposiciones por parte de cada estudiante.

Compartiremos estrategias metodológicas de los cursos MA 0005 y MA 0006, por lo que en las sesiones de clase se dispondrá de espacios de desarrollo de la teoría y de aplicación de los conceptos en el planteamiento de demostraciones.

En los espacios de aplicación de la teoría los estudiantes trabajan en forma individual o en equipo y luego se discute en plenaria el trabajo, destacando ideas o conceptos centrales, así como validez o pertinencia de las estrategias. Durante los espacios de clase de trabajo en equipo, se insiste en la correcta comunicación

matemática, organizar las ideas matemáticas para comunicarlas al compañero, así como escuchar y valorar las explicaciones matemáticas de los demás.

Durante el curso el trabajo será encaminado a la contribución a los siguientes conocimientos, habilidades y actitudes del futuro bachiller en Educación Matemática, reflejadas en su perfil profesional:

Conocimientos:

1. Reconoce los fundamentos de la matemática como la base que se elabora después del avance significativo de una teoría.
2. Conoce el lenguaje matemático que le permite expresarse con rigor.
3. Comprende los conceptos centrales de los tópicos de matemática que le permitirán construir el conocimiento didáctico de los temas propuestos en los programas de matemática del sistema educativo costarricense.
4. Establece relaciones entre las diferentes áreas de la matemática propuestas para la educación primaria, secundaria y primeros cursos universitarios para otras carreras.
5. Conoce aspectos teóricos y prácticos sobre métodos y estrategias para plantear y resolver problemas matemáticos.

Habilidades:

1. Utiliza los procesos de demostración y resolución de problemas en las áreas de la matemática.
2. Utiliza los procesos de razonamiento inductivo, heurístico y deductivo en todas las áreas de la matemática.
3. Utiliza apropiadamente los procedimientos matemáticos y los adapta a los diferentes contextos y tareas propuestas.
4. Utiliza las formas propias del lenguaje matemático para expresarse de modo preciso y riguroso en los diversos modos de argumentación tanto orales como escritas.
5. Usa las diferentes representaciones de los objetos matemáticos según lo requiera el problema planteado.

Actitudes:

1. Reconoce la importancia del trabajo en equipo como la vía de socialización de sus problemas, aciertos en su quehacer, así como la mejor forma de lograr propuestas de innovación.
2. Valora positiva y necesaria la actualización constante en sus conocimientos y habilidades profesionales.
3. Muestra una actitud respetuosa hacia sus compañeros, independientemente de su etnia, género, ideología, religión, estatus económico, orientación sexual, nacionalidad, posibilidades de aprendizaje o cualquier otra característica o condición del mismo.

Durante el curso se estarán abordando los ejes de formación de la siguiente manera:

• **Eje de Historia y epistemología de la matemática:**

En relación con la comprensión de la contribución de la historia de la matemática en la toma de decisiones didácticas, el estudiante deberá leer, entregar y exponer reportes de las siguientes lecturas:

- *El número π Siete mil años de misterio.*
- *Historia De Pi- PetrBeckmann*

Además, los estudiantes en parejas elaboran dos reportes relacionados con la evolución de los conceptos número real y sucesión numérica como parte de los reportes del MEP

· Reporte1 del MEP incluirá la evolución histórica del concepto de número real como parte de las exigencias, así como la Lectura del artículo: Obstáculos, dificultades y errores en el aprendizaje de los números irracionales, Artículo del Capítulo 1 del texto Análisis del discurso escolar de la profesora venezolana Mariela Lilibeth Herrera Ruiz.

· Reporte2 del MEP incluirá como parte de las exigencias la evolución histórica del concepto sucesión numérica.

Incluir:

- Sucesiones por recurrencia y aplicación a la aproximación de \sqrt{a} para diferentes valores del subradical.
- Análisis de la convergencia de la sucesión $A_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ y aproximación del número e.
- Sucesión de Fibonacci y el número áureo.
- Fórmula recursiva para aproximar el punto fijo de una función y aplicaciones.

Para cada reporte se entrega una guía de trabajo.

Los reportes pueden contener resúmenes, esquemas, cuadros, presentaciones, etc. y se entregan previo a la sesión de discusión en clase, como se indica en el cronograma. Todo reporte debe contener al menos: personajes ubicados en tiempo y lugar, problemáticas principales que dieron origen al conocimiento matemático en estudio, imágenes que ilustran los principales eventos o momentos y personajes, glosario de palabras o conceptos clave, aplicaciones en diferentes áreas bien detalladas y bibliografía. Se expondrán en sesión de clase los reportes 1 de Lectura de Historia y los dos reportes del MEP.

• **Ejes de Desempeño profesional y Didáctico Matemático.**

Con el fin de no promover el aprendizaje de conceptos independientes o aislados, sino de insistir en la conexión y sentido entre ellos, se promoverá un trabajo intenso en resolución de problemas. Durante los espacios de discusión de la solución de los problemas se insistirá en hacer explícito los conceptos y procedimientos empleados, además del trabajo heurístico que se realizó previo a la solución.

Como parte del desarrollo de la comprensión de la transformación de la matemática formal hacia la matemática escolar se realizan dos tipos de actividades: En algunas sesiones de clase, la profesora promueve la reflexión, mediante comparaciones y ejemplos, sobre la forma como suele aprenderse algunos de los temas del curso en la educación primaria o secundaria.

Los estudiantes, en pareja, elaboran dos reportes en digital sobre las áreas temática “Números” y “Relaciones y Álgebra” del Programa de Matemática del MEP, con base en una guía de trabajo que se entregará con anticipación.

Cada grupo deberá rendir un reporte y presentarlo a sus compañeros, sobre los objetos matemáticos escolares propios del tema en estudio y los conocimientos previos con los cuales se relacionan, incluirán la parte de historia correspondiente y se relacionarán con el diseño de tareas docentes en la enseñanza secundaria.

• **Eje de las TIC:**

Las actividades docentes que no corresponden a las pruebas escritas requieren el uso de herramientas de TIC, como son las presentaciones en power point, uso de software de línea del tiempo, uso de la herramienta Kahoot para evaluar la parte de historia. Todas estas serán reforzadas en el curso y se potenciarán en las sesiones de exposición de los reportes de historia y del MEP.

El curso cuenta con apoyo en mediación virtual. Cada estudiante con su correo institucional y su correspondiente contraseña ingresa en el sitio, para acceder al curso debe hacerlo con la contraseña Ma0009.Dedekin, en el sitio: <https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr/login/index.php>.

V. EVALUACIÓN

Como parte de la evaluación formativa los estudiantes dispondrán de espacios de trabajo en clase que procuran reforzar y orientar su desempeño matemático en la realización de los ejercicios propuestos.

Las ponderaciones de los productos descritos anteriormente para calcular la nota de aprovechamiento (N.A.) se detallan a continuación:

#	RUBRO	PORCENTAJE	DETALLE DEL %
1	Dos pruebas parciales	55%	25% la primera y 30% la segunda
2	Tres Exámenes Cortos	20%	5% cada uno de los dos primeros 10% el tercero
3	Dos reportes escritos de las lecturas de Historia	10 %	3% Primer reporte (en el primero solo se calificará reporte escrito) 7% segundo (3% reporte escrito y 4% exposición)
5	Dos Reportes sobre Programa del MEP	15%	7.5% cada uno (en cada uno se calificará 4% trabajo escrito y 3.5% exposición)

La nota de aprovechamiento final (n), será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

- ❖ Si su nota n es igual o superior a 6.75, el estudiante aprueba el curso con la nota n redondeada al valor más cercano entre: 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5 ó 10.0. Los casos intermedios como 7.25 ó 7.75 se redondean hacia arriba.
- ❖ Si $5.75 \leq n < 6.75$, el estudiante tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0. En caso contrario, su nota será 6.0 ó 6.5 la más cercana a su nota n .
- ❖ Si n es inferior a 5.75 pierde el curso y su nota final es la nota n redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

EXÁMENES DE REPOSICIÓN: Para realizar examen de reposición el estudiante debe entregar a la profesora la solicitud por escrito acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y periodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera como válidas. Si la reposición es aprobada, la docente le indicará al estudiante la fecha y el lugar de la reposición.

VI. Cronograma:

La programación de las temáticas se especifica en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo.

#	SEMANA	TEMAS	#	SEMANA	TEMAS
1	11 al 15 de marzo	T1: N Reales Orientación Lectura de Historia	9	13 al 17 de mayo	T2: Sucesiones Exposiciones Reporte 2 libro de Historia
2	18 al 22 de marzo	T1: N Reales	10	20 al 24 de mayo	T2: sucesiones II Examen corto 5%
3	25 al 29 de marzo	T1: N Reales Presentación Reporte 1 Historia 29 de marzo	11	27 al 31 de mayo	T2: sucesiones Exposiciones Reporte 1 MEP Orientación Reporte 2 del MEP
4	1 al 5 de abril	T1: N Reales Orient Lectura de Historia I Examen Corto (1 de abril) 5%	12	3 al 7 de junio	T3: Expansiones Ejercitación
5	8 al 12 de abril	T1: N Reales Orient. Reporte 1 MEP Feriado 11 de abril (jueves)	13	10 al 14 de junio	T3: Expansiones II Examen Parcial 10 de junio 30%
	15 al 19 de abril Semana Santa		14	17 al 21 de junio	T4: Equipotencia
6	22 al 26 de abril	T2: sucesiones Semana Universit	15	24 al 28 de junio	T5: Func Log y Exp Exposiciones Reporte 2 MEP
7	29 de abril al 3 de mayo	T2: sucesiones Entrega Reporte 2 de Historia Lunes 29 de abril	16	1 al 5 de julio	Ejercitación III Examen Corto 10 % Exposiciones Reporte 2 del MEP
8	6 al 10 de mayo	T2: Sucesiones I Parcial 25% Lunes 6 de mayo			

Examen de Ampliación	jueves 11 de Julio 8:00am
----------------------	---------------------------

VII. BIBLIOGRAFÍA

- ❖ Alexandrov, A.D. Kolmogororov, A.N.y otros. (1974) La matemática: su contenido métodos y significado. España: Alianza editorial.
- ❖ Bartle. R, Sherbert. D. (2010). Introducción al Análisis Matemático de una variable. México: Editorial Limusa S.A Grupo Noriega editores.
- ❖ Cambronero,S y Duarte, A. (2007). Notas sobre números reales. Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica.
- ❖ Hofmann, J (2002). Historia de la matemática. México: Editorial Limusa S.A Grupo Noriega editores.
- ❖ Ugalde, W. (2017). Fundamentos de Análisis Real. Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a distancia.
- ❖ Piza,E. (2006). Introducción al análisis real en una variable. Costa Rica: Editorial Universidad de Costa Rica.