

Carrera: Educación Matemática  
Curso: MA-0005 Introducción a las funciones

## CARTA AL ESTUDIANTE ♦ I-2018

**Nivel:** II ciclo    **Requisitos:** MA-0002, MA-0003  
**Tipo de curso:** teórico    **Co-requisitos:** MA-0006  
**Créditos:** 4    **Horas presenciales:** 5

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida a *Introducción a las Funciones (MA-0005)*. En este documento se presenta información que usted debe conocer con respecto al desarrollo del curso, por lo tanto, se recomienda la lectura cuidadosa del mismo.

### I. DESCRIPCIÓN

---

El curso está dirigido a estudiantes de segundo ciclo de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Educación Matemática, el propósito de este es estudiar el tema funciones desde una perspectiva introductoria a la formalización matemática, sin que esto signifique dejar de lado los procesos o hechos que le dieron origen y sentido al mismo, y que son los que permiten al estudiante dotarlo de significado y utilidad.

Los conceptos de este curso se abordan desde tres dimensiones: *fundamental* (demostraciones y argumentos que justifiquen y expliquen los procedimientos o proposiciones estudiadas en clase), *procedimental* (técnicas matemáticas para resolver tareas típicas o estandarizadas) y de *aplicación* (problemas que requieran la aplicación de los procedimientos y la movilización de conceptos estudiados). Como conocimientos previos se considera el estudio algebraico desarrollado en *MA-0002 Álgebra Elemental*, así como los métodos de demostración y la teoría de conjuntos tratados en *MA-0003 Fundamentos de la Matemática*. Algunos de los contenidos que se tratan en este curso están relacionados con los de *MA-0006 Conjuntos Numéricos*, el de relaciones de equivalencia es un ejemplo, el cual permite introducir al estudiante en el estudio de los conjuntos de los números enteros y racionales. Este curso es de 4 créditos, esto significa, de acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, que debe dedicarle al menos 12 horas semanales, de las cuales 5 son presenciales y 7 de estudio independiente.

### II. OBJETIVOS

---

Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

1. Enunciar, interpretar y aplicar los conceptos de: relación, relación de orden, relación de equivalencia, clases de equivalencia, conjunto cociente.
2. Enunciar, interpretar y aplicar los conceptos de: función, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, imagen inversa y directa de un conjunto, función creciente, función decreciente, función inyectiva, función sobreyectiva y función biyectiva, composición de funciones, función invertible.

3. Demostrar teoremas o propiedades que involucran los conceptos de: función creciente, función decreciente, función inyectiva, función sobreyectiva y función biyectiva, composición de funciones, función invertible.
4. Sumar, restar, multiplicar, dividir y componer funciones e identificar el dominio.
5. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, simetrías, compresiones y elongaciones) gráficas de criterios que involucran: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
6. Interpretar gráficas de funciones: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
7. Resolver problemas que requieran la aplicación de una función: lineal, cuadrática, exponencial, logarítmica o trigonométrica.
8. Resolver algebraica y gráficamente ecuaciones e inecuaciones: exponenciales, logarítmicas o trigonométricas, aplicando las propiedades o identidades básicas.
9. Interpretar y aplicar los conceptos de razones, ángulos en posición estándar, ángulos coterminales, identidades trigonométricas, funciones trigonométricas de ángulos (seno y coseno, tangente y cotangente), círculo trigonométrico.
10. Caracterizar la evolución histórica de las funciones: modos de expresar y entender los conceptos asociados y las obras significativas en cada uno de los momentos relevantes.
11. Elaborar reportes con base en lecturas o en discusiones en clase, sobre historia de la matemática y sobre los errores más comunes conceptuales y procedimentales relativos al tema de funciones.

### III. CONTENIDOS

---

#### Tema 1: Relaciones

*Conceptos de relación binaria, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, imagen inversa. Relación de orden. Relación de equivalencia. Clases de equivalencia. Conjunto cociente.*

#### Tema 2: Funciones

*Definiciones básicas: función, dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen. Imagen directa e inversa de un conjunto bajo una función. Funciones creciente y decreciente. Funciones inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Función inversa. Equipotencia y numerabilidad.*

#### Tema 3: Funciones Algebraicas

*Función: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada. Álgebra de funciones. Composición de funciones. Gráficas estándar y trazado mediante transformaciones: lineal, cuadrática, cúbica, valor absoluto, racional, raíz cuadrada. Problemas de aplicación.*

#### Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica

*Definiciones y propiedades básicas de la función exponencial y de la logarítmica. Trazado e interpretación de gráficas. Ecuaciones e inecuaciones exponenciales y logarítmicas. Problemas de aplicación.*

#### Tema 5: Funciones Circulares

*Nociones básicas de trigonometría: razones, ángulos en posición estándar, ángulos coterminales. Identidades trigonométricas. Funciones trigonométricas de ángulos de un triángulo: seno y coseno, tangente y cotangente. Círculo trigonométrico. Problemas de aplicación. Trazado e interpretación de*

*gráficas. Funciones trigonométricas inversas. Ecuaciones e inecuaciones trigonométricas. Problemas de aplicación.*

#### Tema 6: Historia de las funciones

*Momentos relevantes: Edad Antigua: bases del concepto de función, Babilonia: avances en astronomía, Grecia: diferencia entre número y magnitud, Ptolomeo: tabla de cuerdas de la función seno, en la Edad Media: Nicolás Oresme y en la Edad Moderna: Descartes. Obras significativas en cada uno de los momentos relevantes.*

### IV. METODOLOGÍA

---

Las clases presenciales combinarán la clase magistral con el aporte individual de los estudiantes, el trabajo en grupos para la resolución de problemas, el análisis de errores, las presentaciones grupales y discusiones sobre lecturas asignadas. El trabajo de escritura, lectura y expresión oral en matemática se realizará de manera sistemática y continua, atendiendo a las formas de comunicar y validar el conocimiento matemático en la comunidad matemática.

Las estrategias metodológicas en coherencia con el perfil profesional del egresado de la carrera, estarán estrechamente relacionadas con los ejes de formación definidos en el plan de estudios:

#### *Desempeño profesional.*

El curso iniciará con una reflexión sobre la experiencia de los estudiantes en la secundaria con el tema de funciones: ¿Cómo fue la introducción que hizo el profesor? ¿Qué conceptos le resultaron más extraños? ¿Cuáles fueron las mayores dificultades? Se entregará un reporte escrito individual a partir de esta reflexión inicial, de manera que se pueda comparar con un reporte individual al finalizar el curso, que haga referencia al proceso de aprendizaje llevado a cabo.

Con el fin de no promover el aprendizaje de conceptos independientes o aislados, sino de insistir en la conexión y sentido entre ellos, se promoverá un trabajo intenso en resolución de problemas que permita la conexión entre los conceptos y su aplicación. Durante los espacios de discusión de la solución de los problemas se insistirá en hacer explícito los conceptos y procedimientos empleados, además del trabajo heurístico que se realizó previo a la solución.

Dado que el Programa de Estudios del MEP desarrolla el tema de Funciones en el contenido llamado Relaciones y Álgebra, iniciando desde I ciclo, en este curso se desarrollará un trabajo grupal de exploración al respecto. Cada grupo deberá rendir un reporte y presentarlo a sus compañeros, sobre los objetos matemáticos escolares propios del tema en estudio y los conocimientos previos con los cuales se relacionan en cada uno de los ciclos escolares.

#### *Didáctico-matemática.*

Durante el curso, cada estudiante contará con un Cuaderno de Estudio, en el que registrará su trabajo continuo y al día de los apartados y ejercicios que el profesor indique. El asistente del curso recogerá periódicamente este cuaderno y revisará la evolución del trabajo, así como algunos de los ejercicios, realizando una devolución de los errores más comunes tres veces en el semestre. Durante estas reflexiones, el profesor trabajará con los estudiantes en la identificación de un posible origen o explicación de los errores o dificultades comunes.

#### *Historia y epistemología de la matemática.*

Si bien es fundamental en este y todos los cursos de matemáticas formales la presentación axiomática, concisa, coherente y suficiente de la matemática, dejarla ahí significa no apreciar la labor a lo largo de años y siglos, necesaria para la evolución del pensamiento matemático. Conocer sobre los problemas

que motivaron el nacimiento de las ideas, el desarrollo de los conceptos y los cambios de la notación, permite entender la matemática como un proceso constructivo. En este sentido, se considera importante analizar la evolución del concepto de función en el curso, porque ejemplifica bien este proceso.

#### *Aplicaciones de la matemática.*

Además, con respecto a las aplicaciones, dado que las funciones rectilíneas, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas sirven para modelar fenómenos de la vida real, se trabajará la aplicación de cada una de estas funciones. Cada estudiante o grupo expondrá a sus compañeros uno de los problemas que originó el desarrollo de un tipo de función específica, y propondrá la resolución de dos problemas adicionales a sus compañeros para trabajar en clase.

#### *TIC.*

Para el trazado e interpretación de gráficas, especialmente para las distintas transformaciones de estas, se desarrollará un módulo de graficación con software especializado, especialmente Geogebra. El propósito no solamente radica en optimizar el tiempo de clase, sino también favorecer actividades mentales como la representación y la transformación mental.

## **V. EVALUACIÓN**

---

La evaluación diagnóstica se llevará a cabo durante las sesiones de clase que el docente considere apropiado al introducir un tema nuevo, o durante el desarrollo de un tema para observar el logro de objetivos conforme se va avanzando en el curso.

Como parte de la evaluación formativa, se solicitarán algunos reportes escritos sobre aspectos puntuales desarrollados en clases donde se haya evidenciado discusión. Es importante que los estudiantes aprendan a exponer ideas propias a partir de las lecturas o luego de la discusión, y a comentar las intervenciones de sus compañeros, ya sea para argumentar por qué les resulta interesante o para refutar su punto de vista. Además, se asignarán lecturas relacionadas con el desarrollo histórico del concepto de función, los reportes de estas sí forman parte de la evaluación sumativa del curso.

Los trabajos relacionados con aplicaciones de las funciones y los Programa del MEP, también serán parte de la evaluación sumativa del curso. En la última semana de abril, se solicitará un documento donde se evidencia el avance en el desarrollo del trabajo, en este deben aparecer los siguientes apartados: tema, objetivos, metodología y fuentes bibliográficas consultadas.

Además, se asignarán regularmente ejercicios y secciones de estudio, que los estudiantes deberán trabajar en su Cuaderno de Estudio. Las revisiones de este cuaderno se realizarán en cualquier momento del curso, al estudiante se le avisará con una semana de antelación para que lo presente en la clase correspondiente.

A continuación, se detalla la evaluación sumativa del curso

#	RUBRO	PORCENTAJE	DETALLE DEL %
1	Tres pruebas parciales	60%	se promedian
2	Prueba final*	15%	

3	Reportes de las lecturas de historia de las funciones	6%	se promedian
4	Trabajo sobre aplicaciones de funciones	7%	2% avance y 5% entrega final
5	Trabajo sobre Programa del MEP	7%	2% avance y 5% entrega final
6	Cuaderno de estudio	5%	se promedian

\* Se exige de esta quien obtenga al menos 85 en cada una de las pruebas parciales

La nota de aprovechamiento final ( $n$ ), será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

- ❖ Si su nota  $n$  es igual o superior a 6.75, el estudiante aprueba el curso con la nota  $n$  redondeada al valor más cercano entre: 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5 ó 10.0. Los casos intermedios como 7.25 ó 7.75 se redondean hacia arriba.
- ❖ Si  $5.75 \leq n < 6.75$ , el estudiante tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0. En caso contrario, su nota será 6.0 ó 6.5 la más cercana a su nota  $n$ .
- ❖ Si  $n$  es inferior a 5.75 pierde el curso y su nota final es la nota  $n$  redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

**EXÁMENES DE REPOSICIÓN:** Para realizar examen de reposición el estudiante debe entregarle al docente la solicitud por escrito, acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y periodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera como válidas. Si la reposición es aprobada, el docente le indicará al estudiante la fecha, hora y el lugar de la reposición.

Las fechas y horas de los exámenes se presenta a continuación:

Examen	Fecha	Hora
I examen parcial	M 2 de mayo	8 am
II examen parcial	M 13 de junio	8 am
III examen parcial	L 9 de julio	8 am
Prueba final	L 16 de julio	8 am
Prueba de ampliación	L 23 de julio	8 am

## VI. CRONOGRAMA

La programación de las temáticas se especifica en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo:

SESIÓN	TEMAS
--------	-------

S1: 13 marzo 16 marzo	Tema 1: Relaciones. Tema 1: Relaciones.
S2: 20 marzo 23 marzo	Tema 1: Relaciones. Tema 1: Relaciones.
SS: 27 marzo 30 marzo	SEMANA SANTA
S3: 3 abril 6 abril	Tema 1: Relaciones. Tema 2: Funciones.
S4: 10 abril 13 abril	Tema 2: Funciones. Tema 2: Funciones.
S5: 17 abril 20 abril	Tema 2: Funciones. Tema 2: Funciones.
S6: 24 abril 27 abril	Tema 3: Funciones Algebraicas. <i>Repaso para el primer parcial</i>
S7: 1 mayo 2 mayo, 8 am 4 mayo	FERIADO <b>I EXAMEN PARCIAL (TEMAS 1 y 2)</b> Tema 3: Funciones Algebraicas. ( <i>Entrega de avances de los trabajos</i> )
S8: 8 mayo 11 mayo	FERIADO Tema 3: Funciones Algebraicas.
S9: 15 mayo 18 mayo	Tema 3: Funciones Algebraicas. Tema 3: Funciones Algebraicas.
S10: 22 mayo 25 mayo	Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica. Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica.
S11: 29 mayo 1 junio	Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica. Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica.
S12: 5 junio 8 junio	Tema 4: Función Exponencial y Función Logarítmica. <i>Repaso para el segundo parcial</i>
S13: 12 junio 13 junio, 8 am 15 junio	<i>Exposición del trabajo de aplicaciones.</i> <b>II EXAMEN PARCIAL (TEMAS 3 y 4)</b> Tema 5: Funciones Trigonométricas.
S14: 19 junio 22 junio	Tema 5: Funciones Trigonométricas. Tema 5: Funciones Trigonométricas.
S15: 26 junio 29 junio	Tema 5: Funciones Trigonométricas. Tema 5: Funciones Trigonométricas.
S16: 3 julio 6 julio	<i>Repaso para el tercer parcial</i> <i>Exposición del trabajo sobre programas del MEP</i>
S17: 9 julio, 8 am	<b>III EXAMEN PARCIAL (TEMAS 5 y 6)</b>
S18: 16 julio, 8 am	<b>PRUEBA FINAL</b>
S19: 23 julio, 8am	<b>PRUEBA DE AMPLIACIÓN</b>

Los contenidos de cada prueba están sujetos a cambios, estos serán confirmados por el docente con una semana de antelación a la fecha establecida.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

1. Arias, F., & Barrantes, H. (2010). *Introducción a la Matemática formal desde las Funciones*. San José, Costa Rica: EUCR.
2. Duarte, A., & Cambronero, S. (2007). *Construcción de Conjuntos Numéricos*. Recuperado de <https://es.scribd.com/document/291396957/A-Duarte-S-Cambronero-Construccion-de-Conjuntos-Numericos>

3. Murillo, M. (2009). *Introducción a la Matemática Discreta*. Cartago, Costa Rica: Tecnológica de Costa Rica.
4. Blanco, R., & Sancho, L. (2012). *Matemática para la Enseñanza Media, Ciclo Diversificado, Teoría y Ejercicios*. San José, Costa Rica: EUCR.
5. Barahona, M. (1992). *Historia y Evolución del Concepto de Función*. San José, Costa Rica: Librería Francesa.
6. Aleksandrov, A., Kolmogorov, A., & otros. (1973). *La matemática: su contenido, métodos y significado*. Madrid, España: Alianza.

**Virgilio Enrique Benavides Vargas**  
Oficina 411-I FM.; casillero 61, 2<sup>do</sup> piso FM  
virgilio.benavides@ucr.ac.cr ; vbenvar@gmail.com

**Profesor**  
Horario de consulta en la oficina: Lunes 9:00am –  
10:00am, Miércoles 9:30am – 11:00am  
Horario de clase: Martes 7:00am – 9:50am (220  
FM) y Viernes 7:00am – 8:50am (220 FM)