

Curso: MA-0003 Fundamentos de la Matemática

CARTA AL ESTUDIANTE

I CICLO 2018

Nivel: I Ciclo	Requisitos: Admitido en la carrera
Tipo de Curso: Teórico	Co-requisitos: MA-0002.
Créditos: 4	Horas presenciales: 5

I. DESCRIPCIÓN

Fundamentos de la Matemática es uno de los primeros cursos de la carrera Educación Matemática, dirigido a los estudiantes de primer año. Este primer curso tiene como propósito iniciar al futuro educador matemático en el uso del razonamiento riguroso y del lenguaje matemático. Además inicia al estudiante en la comprensión de la construcción de la Matemática como disciplina, desde el estudio de su historia y epistemología.

Durante el curso el estudiante desarrollará habilidades para realizar demostraciones las cuales son necesarias en el resto de los cursos de matemática de la carrera, además se fomentará el correcto uso del lenguaje matemático de tal manera que el estudiantado pueda referirse a cada objeto matemático correctamente.

El curso consta de cinco horas de clase presenciales distribuidas en dos días por semana, aunado a éstas cada estudiante debe invertir al menos siete horas de estudio independiente.

II. OBJETIVOS

Durante este curso el estudiante será capaz de:

- 1) Enunciar y ejemplificar todos los conceptos básicos de la lógica proposicional y de primer orden.
- 2) Demostrar argumentos a partir de las reglas básicas de deducción.
- 3) Construir y demostrar argumentos válidos con contenido matemático y extra-matemático.
- 4) Generalizar las principales reglas de la lógica proposicional a la lógica de primer orden.
- 5) Operar con proposiciones simples, compuestas y cuantificadas.
- 6) Identificar y clasificar falacias lógicas.
- 7) Describir la noción de lógica, el objeto de la lógica y algunos rasgos de su evolución desde la lógica aristotélica hasta la lógica formal.
- 8) Enunciar e interpretar las definiciones básicas de teoría de conjuntos, operaciones con

- conjuntos y familias de conjuntos.
- 9) Demostrar las principales propiedades de las operaciones de conjuntos.
 - 10) Generalizar las principales propiedades de las operaciones de conjuntos a las familias y demostrar algunas de ellas.
 - 11) Operar con conjuntos y familias de conjuntos.
 - 12) Describir las características básicas de cada uno de los conjuntos numéricos.
 - 13) Construir una línea del tiempo en con los principales matemáticos precursores de la Teoría de Conjuntos.
 - 14) Determinar, mediante un razonamiento inductivo, fórmulas que satisfacen algunos números naturales, objetos geométricos, conjuntos, entre otros.
 - 15) Explicar las diferencias entre un razonamiento inductivo y uno deductivo.
 - 16) Construir ejemplos con contenido matemático y extra-matemático de razonamientos inductivos y razonamientos deductivos.
 - 17) Enunciar los principios de inducción matemática.
 - 18) Demostrar por inducción algunos resultados básicos de teoría de números, geometría, teoría de conjuntos, propiedades de las sumatorias y las productorias, entre otros.

III. CONTENIDOS

TEMA 1: Lógica

Noción de lógica, objeto de la lógica, lógica aristotélica, lógica formal. Lógica proposicional: proposición, valor de verdad, conectivas, tablas de verdad, recíproca, contrapositiva, tautologías, contradicciones, equivalencias e implicaciones lógicas, argumentos, conjetura, falacia, tipos de falacia, demostración de argumentos.

Lógica de primer orden: lenguajes de primer orden, proposiciones cuantificadas, variables libres y variables ligadas, valor de verdad de una proposición cuantificada, equivalencia de cuantificadores.

TEMA 2: Teoría de conjuntos

Historia de la Teoría de Conjuntos: Frege, Russell, Cantor, Zermelo. Conjuntos: elementos, pertenencia, subconjuntos. Conjuntos por comprensión, por extensión. Igualdad de conjuntos. Operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia, complemento, diferencia simétrica. Propiedades de las operaciones. Conjunto potencia. Partición de un conjunto. Producto cartesiano. Familias de conjuntos. Operaciones con familias y generalización de propiedades.

Conjuntos numéricos: elementos de los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} y \mathbb{R} , relaciones de pertenencia, inclusión, operaciones con conjuntos numéricos discretos y continuos. Familias de conjuntos numéricos. Representación gráfica de los conjuntos numéricos.

TEMA 3: Razonamiento Inductivo e Inducción Matemática

Caracterización del razonamiento inductivo y deductivo, búsqueda de patrones: numéricos, geométricos, aritméticos y algebraicos, expresión matemática de patrones, verificación de patrones matemáticos. Inducción matemática (Principios de Inducción) como método de demostración de proposiciones algebraicas, geométrica, de conjuntos. Notación de sumatoria y productoria, propiedades.

IV. METODOLOGÍA

En las sesiones de clase se dispondrá de espacios de desarrollo de la teoría y de aplicación de los conceptos en el planteamiento de ejemplos o demostraciones. Así por ejemplo, en algunos momentos la profesora explica, mediante discusión con los estudiantes, el desarrollo de la teoría: su estructura, lenguaje, estrategias de demostración, etcétera. En otros momentos, la profesora

asigna uno o varios segmentos de la teoría que deben ser estudiados en clase en parejas o tríos y luego deben ser explicados a sus compañeros.

En los espacios de aplicación de la teoría los estudiantes trabajan en forma individual o en equipo y luego se discute en plenaria el trabajo, destacando ideas o conceptos centrales, así como validez o pertinencia de las estrategias. Durante los espacios de la clase en los que se propone el trabajo en equipo, se insiste en la correcta comunicación matemática, esto es, organizar las ideas matemáticas para comunicarlas a los compañeros, consecuentemente se escuchan y valoran estas explicaciones matemáticas.

Se organizarán actividades en la clase para revisar artículos, noticias o videos relativos a la educación matemática, el Estado de la Educación, pruebas PISA, entre otros, con el objetivos de, con base en ellos, construir proposiciones compuestas y determinar su valor de verdad, determinar falacias, construir argumentos válidos, etcétera y consecuentemente con este tipo de actividades se potenciará el eje de formación relativo al desempeño docente, pues se aprovecha para para discutir los textos y evidenciar algunos retos se deben enfrentar como futuros profesionales.

Para registrar el trabajo extraclase, los estudiantes utilizarán un Cuaderno de Estudio con las páginas numeradas. Cada semana la profesora indicará el trabajo que debe estar al día en dicho cuaderno. La asistente del curso recogerá periódicamente este cuaderno y revisará el cumplimiento del trabajo, así como algunos de los ejercicios, indicando observaciones o comentarios de apoyo. El estudiante puede rehacer o corregir un ejercicio para que vuelva a ser revisado. Además puede colocar comentarios dirigidos a la asistente solicitando la revisión específica de algún ejercicio o consultando una duda.

De manera grupal, los estudiantes elaborarán tres reportes de lectura asociados al eje de formación de Epistemología e Historia de la Matemática, según los temas del curso. Cada lectura será previamente asignada y las profesoras indicarán los elementos a incluir en el reporte tanto de contenido como de forma. El día de su discusión, se organizará en clase un espacio donde algunos estudiantes explicarán sus hallazgos según lo solicitado y el resto de compañeros deberán realizar aportes o cuestionamientos.

V. EVALUACIÓN

La evaluación se entenderá como un proceso sistemático y riguroso que deberá actuar en todos los momentos del proceso de enseñanza y aprendizaje. Así, la evaluación diagnóstica se llevará a cabo antes de abordar cada tema con el fin de indagar sobre las nociones, interpretaciones y los conocimientos previos que posee el estudiantado para, con base en estos, construir o reconstruir los objetos matemáticos a tratar en el curso.

La evaluación formativa se realizará paralelo al desarrollo de cada clase con el fin de corroborar si se están alcanzando los objetivos propuestos, de lo contrario tomar las medidas oportunas para lograrlo. Se recolectará evidencias del aprendizaje mediante la observación del trabajo del estudiantado.

Tanto en la evaluación diagnóstica como en la formativa los estudiantes tomarán un papel activo en las valoraciones de su propio aprendizaje, consecuentemente se discutirán las respuestas o procedimientos dados y se decidirá la validez de estos. Para esto es indispensable que los estudiantes realicen cada una de las actividades propuestas en la clase, listas de ejercicios o

tareas asignadas previamente. Además, acorde con la metodología, es indispensable la participación activa del estudiantado durante las diferentes tareas propuestas en la clase.

La evaluación sumativa se llevará a cabo al finalizar ciertos contenidos, con el propósito de verificar en qué medida los estudiantes han alcanzado los objetivos planteados. Para tal efecto se realiza la siguiente distribución:

Rubro	Porcentaje
Tres exámenes parciales	60% (20% cada uno)
Examen final	15%
Cuaderno de estudio	10%
Informe de lecturas	15%
TOTAL	100%

En los siguientes párrafos se describe cada uno:

Exámenes:

Se tiene proyectado la realización de tres exámenes parciales y un examen final. Las fechas asignadas para cada prueba se detallan en la siguiente tabla:

Examen	Fecha y Hora
I Parcial	Sábado 5 de mayo 8:00 am
II Parcial	Sábado 2 de junio 8:00 am
III Parcial	Sábado 30 de junio 8:00 am
Examen final	Sábado 7 de julio 7:00 am
Reposiciones	Todas las reposiciones se llevarán a cabo el lunes 9 de julio, I Parcial 7:00 a.m., II Parcial 10:00 a.m. y III Parcial 1:00 p.m., examen final 4:00 pm.
Ampliación y suficiencia	Martes 17 de julio 8:00 a.m.

Esta propuesta está sujeta a cambios según la disponibilidad de aulas o algún otro contratiempo indicado por las autoridades universitarias.

Los exámenes parciales se realizarán al finalizar ciertos contenidos, de acuerdo con el cronograma que se presenta en las páginas 6-8.

Para el examen final se tomarán en cuenta aquellos contenidos que las profesoras del curso crean pertinentes de acuerdo con el avance del estudiantado, para tal efecto se le avisará a los estudiantes con anterioridad los contenidos a considerar para dicha prueba.

Se **eximen** del examen final aquellos estudiantes que hayan obtenido un promedio de 8,5 en las calificaciones de los tres parciales. En ese caso, el porcentaje del examen final será redistribuido en los tres exámenes parciales, quedando los porcentajes asignados de la siguiente manera:

Rubro	Porcentaje
Tres exámenes parciales	75% (25% cada uno)
Cuaderno de estudio	10%
Informe de lecturas	15%
TOTAL	100%

Exámenes de reposición: para realizar examen de reposición el estudiante debe entregar a la coordinadora del curso una solicitud por escrito (boleta que se encuentra Moodle), acompañada del documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas que el artículo 24 del capítulo I del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica, considera válidas.

Tal solicitud se debe realizar durante los cinco días hábiles a partir del momento que se reincorpore normalmente a sus estudios.

El Cuaderno de Estudio: será revisado con frecuencia, por tanto debe estar disponible en **todas** las clases, de manera que el estudiante reciba valoraciones y recomendaciones en relación con su desempeño matemático. Este cuaderno debe tener como mínimo resueltos todos los ejercicios, problemas y demostraciones que la profesora indique a lo largo del curso.

Informe de lecturas: cada informe de lectura debe ser entregado de forma digital en la plataforma Moodle durante el periodo indicado, además debe contemplar los aspectos que las profesoras especificarán por escrito.

Nota de aprovechamiento: la nota de aprovechamiento final (n), será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

Si su nota n es igual o superior a 6.75, el estudiante aprueba el curso con la nota n redondeada al valor más cercano entre: 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5 ó 10.0. Los casos intermedios como 7.25 ó 7.75 se redondean hacia arriba.

Si $5.75 \leq n < 6.75$, el estudiante tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0. En caso contrario, su nota será 6.0 ó 6.5 la más cercana a su nota n .

Si n es inferior a 5.75 pierde el curso y su nota final es la nota n redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

VI. CRONOGRAMA

El avance del curso está programado según se especifica en el siguiente cronograma por temática:

Temas I Parcial	Temas II Parcial	Temas III Parcial
Semana	Contenido	
12 de marzo – 16 de marzo	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Carta al estudiante. • Proposición. • Valor de verdad. • Conectivas. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conectivas. • Tablas de verdad. 	
19 de marzo – 23 de marzo	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recíproca. • Contrapositiva. • Tautologías. • Contradicciones. • Equivalencias.. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Implicaciones lógicas. 	
26 de marzo - 30 de marzo	Semana Santa	
2 de abril – 6 de abril	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentos. • Conjetura. • Demostración de argumentos. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demostración de argumentos. 	
9 de abril – 13 de abril	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lenguajes de primer orden. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Proposiciones cuantificadas. <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="text-align: center;">Entrega Primer Reporte de Lectura: Noción formal de Lógica, objeto de la Lógica aristotélica</p> </div>	
16 de abril – 20 de abril	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Variables libres y variables ligadas. • Valor de verdad de una proposición cuantificada. • <i>Cuadro de Boecio</i>. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equivalencias de cuantificadores. • <i>Falacias</i>. 	
23 de abril – 27 de abril	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definición de conjunto. • Elemento. • $\in, \notin, \subset, \supset, \subseteq, \not\subseteq$. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos por comprensión. • Conjuntos por extensión. <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto; background-color: #FF8C00; color: white;"> <p style="text-align: center;">Semana Universitaria. SI HAY clases en horario regular</p> </div>	

<p>30 de abril – 4 de mayo</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Igualdad de conjuntos. Operaciones con conjuntos: unión, intersección, diferencia, complemento, diferencia simétrica. Incluye diagramas de Venn. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propiedades de las operaciones. Incluye demostraciones.
<p>7 de mayo – 11 de mayo</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conjunto potencia. Partición de un conjunto. Producto cartesiano. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> Familias de conjuntos. Operaciones con familias de conjuntos y generalización de propiedades.
<p>14 de mayo – 18 de mayo</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Operaciones con familias de conjuntos y generalización de propiedades. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conjuntos numéricos: \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I} y \mathbb{R}. Relaciones de pertenencia e inclusión entre los conjuntos numéricos. Operaciones con conjuntos numéricos discretos y continuos.
<p>21 de mayo – 25 de mayo</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Familias de conjuntos numéricos. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> Representación gráfica de los conjuntos numéricos.
<p>28 de mayo – 1° de junio</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Caracterización del razonamiento inductivo. Búsqueda de patrones: numéricos, geométricos, aritméticos, algebraicos, expresión matemática de patrones. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> Búsqueda de patrones numéricos, geométricos, aritméticos, algebraicos, expresión matemática de patrones, verificación de patrones matemáticos.
<p>4 de junio – 8 de junio</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> Principio de inducción como método de demostración de proposiciones algebraicas, geométricas o de conjuntos (En adelante PIMD) <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> PIMD.
<p>11 de junio – 15 de junio</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> PIMD. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> PIMD.
<p>18 de junio – 22 de junio</p>	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> PIMD.

Entrega Segundo Reporte: Línea del tiempo.

Entrega Tercer Reporte: Análisis de videos.

	<p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Notación de sumatoria y productoria. Propiedades Básicas.
25 de junio – 29 de junio	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Principio de inducción como método de demostración de proposiciones en notación de sumatoria o productoria. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Principio de inducción como método de demostración de proposiciones en notación de sumatoria o productoria.
2 de julio - 6 de julio	<p>Día 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revisión y análisis de ejercicios. <p>Día 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Revisión y análisis de ejercicios.

El cronograma está sujeto a cambios según el avance de cada grupo o situaciones externas en las que se pierdan lecciones.

VII. BIBLIOGRAFÍA

1. Arias, F., Mora, M. (2004). **Matemática Computacional**. Serie CABÉCAR. Universidad de Costa Rica.
2. Badesa, C., Jané, I., Jansana, R. (1998). **Elementos de lógica formal**. España: Editorial Ariel.
3. Barrantes, H. (2005). **Introducción a la matemática**. SJ: EUNED.
4. Beuchot, M. (2004). **Introducción a la Lógica**. UNAM. México.
5. Copi, I. (1977). **Introducción a la Lógica**. Editorial Universitaria de Buenos Aires: Argentina.
6. **De la lógica clásica a la lógica simbólica**. Tomado de: <http://www.oposinet.com/filosofia/temas/oposicionesfilosofiaT5.php>; 07/05/11.
7. Huertas, A., Manzano, M. (2002). **Teoría de Conjuntos**. Recuperado de: <https://pendientedemigracion.ucm.es/info/pslogica/teoriaconjuntos.pdf>
8. Kolman, B., Busby, R., Ross, S. (1997). **Estructuras de Matemáticas Discretas para la Computación**. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Profesoras:

<p>Elizabeth Díaz Gutiérrez Coordinadora del Curso Oficina 254 IF, casillero 97 FM., teléfono: 25118073. Correo: elizabeth.diaz@ucr.ac.cr Hora de consulta: Martes: 7:00 a.m. a 12:00p.m. 255IF Horario de clase Lunes 7:00 a.m. a 9:50 a.m. y Jueves 7:00 a.m. a 8:50 a.m. 216 FM.</p>	<p>Alejandra Alvarado Alvarado Oficina 441 FM, casillero 84 FM, teléfono: 25114528. Correo: alejandra.alvaradoalvarado@ucr.ac.cr Hora de consulta: Lunes y Jueves 2:00 p.m. a 3:30 p.m. y Martes 7:00 a.m. a 9:00 a.m. Oficina 441 FM Horario de clase Lunes 11:00 a.m. a 12:50 p.m. y Jueves 10:00 a.m. a 12:50 p.m. 216 FM</p>
---	---