

**Carta al estudiante**  
**MA0450 – Cálculo en varias variables**  
**Escuela de Matemática**  
**Universidad de Costa Rica**  
**II ciclo 2018**

## 1. Información general

**Profesor:** Darío Mena Arias.

**Oficina:** 320 Edificio CIMPA (Ciudad de la Investigación).

**Horas de consulta:** Martes 4:00-5:00 p.m., Jueves 9:00-10:30 a.m.

**E-mail:** [dario.menaarias@ucr.ac.cr](mailto:dario.menaarias@ucr.ac.cr),      **Teléfono oficina:** 2511-6626.

## 2. Descripción

Este es un curso de 5 horas semanales en el que se extiende a varias variables la teoría de diferenciación e integración de los cursos MA0250 y MA0350. Además de las cinco horas de clase semanales, usted deberá dedicar al menos diez horas adicionales de trabajo individual.

El curso tiene un enfoque teórico y riguroso, sin embargo se incluirán elementos de cálculo elemental con el fin de complementar e ilustrar los distintos conceptos y así lograr un balance entre la teoría y la práctica.

Como se mencionó anteriormente, se pretende generalizar al contexto de varias variables los distintos conceptos de los cursos anteriores. De esta forma se obtendrán análogos de los conceptos topológicos (conjuntos abiertos, compactos, convergencia, entre otros), límites, continuidad, diferenciación e integración. Estas extensiones, utilizan fuertemente la estructura de espacio vectorial de los espacios euclídeos.

Es por esto, que para el buen desempeño en el curso, es necesario tener un buen dominio de los contenidos de los cursos MA0250, MA0350 y MA0360. Si usted considera que tiene deficiencias en algunos de ellos, es importante que dedique tiempo adicional al estudio de esos

conceptos, así como solicitarle a su profesor referencias bibliográficas para el repaso de dichos temas.

Los contenidos de este curso corresponden una base para distintas áreas de la Matemática que se tratarán en cursos posteriores, tales como el Análisis real, las Ecuaciones Diferenciales, la Probabilidad, entre otros.

### 3. Objetivos

#### 3.1. Objetivos generales

1. Complementar la formación teórica en análisis matemático por medio del estudio de la geometría analítica, optimización, cálculo diferencial e integral en varias variables y cálculo vectorial.
2. Obtener herramientas de cálculo elemental en varias variables como complemento a la formación teórica.

#### 3.2. Objetivos específicos

1. Comprender aspectos básicos de la topología métrica de los espacios euclídeos  $\mathbb{R}^n$ .
2. Estudiar los conceptos de diferenciación en varias variables demostrando sus propiedades y entendiendo los cálculos correspondientes. item Calcular derivadas parciales y derivadas direccionales para su aplicación.
3. Demostrar el Teorema de la Función Inversa y el Teorema de la Función Implícita.
4. Comprender los procesos de optimización de funciones de varias variables.
5. Extender el concepto de integrales de Riemann a dos o más variables.
6. Estudiar las técnicas de cálculo de integrales dobles y triples.
7. Estudiar la teoría de integrales de línea y de superficie desde su definición y propiedades.
8. Comprender y utilizar los conceptos de formas diferenciales y sus propiedades.
9. Demostrar los teoremas de Green, Stokes y la Divergenciaaa.

10. Resolver problemas en los que se utilicen los teoremas de Green, Stokes y la Divergencia.

## 4. Contenidos

1. **Topología de  $\mathbb{R}^n$ :** definiciones, sucesiones, límites, conexidad, compacidad.
2. **Funciones de varias variables:** Límites y continuidad.
3. **Direfenciación en varias variables:** Definiciones, funciones diferenciables, derivadas parciales y direccionales, regla de la cadena, aplicación de la diferenciación al cálculo de valores extremos. Teoremas de la función inversa y la función implícita.
4. **Integración múltiple:** Construcción de la integral de Riemman, Teorema de Fubini, cálculo de integrales dobles y triples, aplicaciones.
5. **Cálculo y análisis vectorial:** Integrales de línea y de superficie, formas diferenciales, teoremas fundamentales del cálculo vectorial, teoremas de Green, Stokes y Divergencia.

## 5. Evaluación

La evaluación del curso consta de tareas semanales o quincenales por un 10 % de la nota, y tres exámenes parciales con un valor de 30 % cada uno.

Según Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (aprobado en sesión 4632-03, 09-05-01. Publicado en La Gaceta Universitaria 03-2001, 25-05-01) se tiene además lo siguiente:

**ARTÍCULO 25.** La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La escala numérica tiene el siguiente significado:

9,5 y 10,0	Excelente	7,0	Suficiente
8,5 y 9,0	Muy bueno	6,0 y 6,5	Insuficiente, ampliación
7,5 y 8,0	Bueno	Menos de 6,0	Insuficiente

La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente coma veinticinco ( $,25$ ) o coma setenta y cinco ( $,75$ ), deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más

próxima. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar un curso.

## 6. Calendario

### 6.1. Calendario de temas

Sem	Fechas	Temas
1	13-17 ago	Topología de $\mathbb{R}^n$ .
2	20-24 ago	Sucesiones y compacidad.
3	27-31 ago	Límites y continuidad de funciones.
4	3-7 set	Funciones diferenciables, diferenciación en varias variables.
5	10-14 set	Regla de la cadena, fórmula de Taylor.
6	17-21 set	Teorema de la función implícita y de la función inversa.
7	8-12 oct	Optimización de funciones en varias variables.
8	24-28 set	Integración múltiple, Teorema de Fubini.
9	1-5 oct	Cálculo de integrales múltiples.
10	15-19 oct	Transformaciones y teorema de cambio de variables.
11	22-26 oct	Curvas, rectificabilidad, longitud de arco.
12	29 oct-2 nov	Integrales de línea.
13	5-9 nov	Integrales de superficie.
14	12-16 nov	Formas diferenciales, teorema de Green.
15	19-23 nov	Teoremas de Stokes y la Divergencia.
16	26-30 nov	Semana de repaso.

El calendario de temas está sujeto a modificaciones a conveniencia del profesor.

### 6.2. Calendario de exámenes

- Primer parcial: Sábado 22 de setiembre, 8 a.m.
- Segundo parcial: Miércoles 31 de octubre, 8 a.m.
- Tercer parcial: Jueves 6 de diciembre, 8 a.m.
- Ampliación: Jueves 13 de diciembre, 8 a.m.

El calendario de exámenes puede estar sujeto a cambios dependiendo de las particularidades del semestre y en mutuo acuerdo con los estudiantes.

## 7. Varios

- **Reposición de exámenes:** En casos debidamente justificados, tales como enfermedad del estudiante (con justificación médica), o haber presentado dos exámenes el mismo día, o choque de exámenes (con constancia del profesor respectivo), o la muerte de un pariente en primer grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, se le permitirá al estudiante reponer el examen durante el periodo lectivo. En cualquier caso, se debe presentar los documentos probatorios al profesor, en los primeros tres días hábiles después de haberse realizado el examen (salvo casos especiales). Al estudiante se le hará un examen de reposición en la fecha a convenir con el profesor.
- **Asistencia:** La asistencia no es obligatoria, pero sí es recomendada para todas las clases. El estudiante que pierda una clase es responsable por el material y anuncios que se hayan hecho. Las horas de oficina no se usarán para re-enseñar el material perdido por ausencia, sin embargo, las preguntas para el mejor entendimiento de los temas son siempre bien recibidas.
- **Moodle:** El curso cuenta con un sitio de Moodle por medio del cual se harán los avisos importantes. También por ese medio se publicarán las tareas, y algún material de referencia o de apoyo que surja a lo largo del curso. Se puede acceder al mismo por medio la página de la escuela de Matemática [www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr).

## 8. Bibliografía

- Apostol, T. *Calculus. Vol. II: Multi-variable calculus and linear algebra, with applications to differential equations and probability*. Second edition. Blaisdell Publishing Co. Ginn and Co., Waltham, Mass.-Toronto, Ont.-London 1969.
- Bartle, R. *The elements of real analysis*. Second edition. John Wiley & Sons, New York-London-Sydney, 1976.
- Buck, R. C. *Advanced calculus*. Third edition. International Series in Pure and Applied Mathematics. McGraw-Hill Book Co., New York-Auckland-Bogotá, 1978.
- Demidovich, P. *5000 Problemas de Análisis Matemático*. Editorial MIR, Moscú, 1985.

- Edwards, C. *Advanced Calculus of Several Variables*. Dover publications, Inc. New York, 1994.
- Edwards, C. y Penney, D. *Cálculo con Geometría analítica*. Editorial Prentice Hall Hispanoamérica. México, 1994.
- Marsden, J. y Tromba, A. *Vector Calculus*. Sixth edition. W.H. Freeman and Company publishers, New York, 2012.
- Spivak, M. *Calculus on Manifolds: A modern approach to classical theorems of advanced calculus*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1965.
- Widder, D. *Advanced calculus*. Third edition. Dover Books on Advanced Mathematics. Dover Publications, Inc., New York, 1989.