



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Departamento de Matemática Pura

Programa del curso MA-0350 Cálculo en una variable II

Tipo de curso:	Teórico	Ubicación en el plan:	II año I Ciclo
Horas :	5 horas semanales	Créditos:	4
Requisitos:	MA0250	Co-requisitos:	No tiene.

Estimado(a) estudiante:

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA0350 Cálculo en una variable II. En este documento encontrará información sobre algunos aspectos del curso que usted debe conocer: descripción, objetivos, contenidos, metodología, evaluación, referencias bibliográficas propuestas, horario del curso y de consulta del profesor.

Tenga presente que para tener éxito en este curso, aparte de las 5 horas semanales lectivas, usted debe invertir al menos 7 horas de estudio independiente.

Descripción: Este curso está dirigido a estudiantes de III ciclo de las carreras de Bachillerato y Licenciatura en Ciencias Actuariales y Bachillerato en Matemática Pura y tiene como objetivo general **fundamentar teóricamente las bases del análisis matemático, en particular, el cálculo integral y el concepto de convergencia**. Se busca contribuir a la formación matemática del estudiante, su habilidad para interpretar y deducir resultados del análisis, propiciando el uso correcto del lenguaje matemático para expresar ideas de manera rigurosa y coherente. Se da especial énfasis al aprendizaje de las técnicas de razonamiento y demostración propias del análisis matemático, así como al desarrollo de habilidades y destrezas sobre los métodos y las aplicaciones del cálculo integral. Este curso es el segundo de una secuencia de tres cursos de cálculo, de los cuales, el primero cubre los aspectos de sucesiones numéricas y el cálculo diferencial en una variable y el tercero el cálculo en varias variables.

Objetivos:

1. Dotar al estudiante de los conocimientos del cálculo integral en una variable para completar su formación básica en matemática.
2. Presentar el concepto de integración de Riemann y las diferentes técnicas de integración para que pueda resolver problemas relacionados del cálculo integral.
3. Presentar los conceptos de integración impropia, sucesión de funciones, series numéricas y series de potencias para que el estudiante los pueda utilizar en aplicaciones relacionadas al cálculo, y asimile el papel central del concepto de convergencia en el análisis matemático.

De manera deseable, el estudiante estará en posición de enunciar algunos problemas matemáticos que hicieron evolucionar la disciplina del cálculo infinitesimal.

Contenidos:

1. Series numéricas: convergencia de series numéricas, convergencia absoluta y condicional, reagrupamiento y reordenamiento de series, criterios de la razón y de la raíz, criterio integral, criterio de Raabe, series alternantes, series de productos (criterios de Abel y Dirichlet). (**2 semanas**)
2. La integral de Riemann: particiones, sumas de Riemann, integral definida, propiedades y el teorema de acotación, funciones Riemann integrables, el teorema fundamental del cálculo (versiones 1 y 2), teorema de sustitución, criterio de integración de Lebesgue, integración por partes, la integral de Darboux (sumas e integrales superiores e inferiores, equivalencia con la integral de Riemann). (**4 semanas**)
3. Integración numérica: aproximaciones con sumas de Riemann, particiones equidistantes, regla del trapecio, punto medio, regla de Simpson. (**0.5 semanas**)
4. Técnicas de integración: integrales inmediatas a partir de derivadas, integración por partes, el uso de diferenciales, integración por sustitución, fracciones parciales, otras técnicas. (**1 semana**)
5. Aplicaciones de la integral definida: áreas encerradas por curvas, longitud de curvas planas, volumen de revolución, área en coordenadas polares, otras aplicaciones. (**0.5 semanas**)
6. Sucesiones de funciones: convergencia puntual y uniforme, intercambio de límites, continuidad de la función límite, derivabilidad de la función límite, integrabilidad de la función límite, teorema de convergencia dominada, teorema de Dini, las funciones exponencial y logaritmo, las funciones trigonométricas. (**2 semanas**)
7. Series de funciones: series de funciones, criterio de convergencia uniforme (M de Weierstrass), series de potencias, radio de convergencia, teorema de Cauchy-Hadamard, teorema de unicidad, teorema de derivación, teorema de integración, series de Taylor. (**2 semanas**)
8. Integrales impropias: integrales impropias (primer especie, segunda especie, combinaciones), criterio de Cauchy, criterio de comparación, criterios de Abel y Dirichlet. (**3 semanas**)

Si el tiempo lo permite, se cubrirá alguno de los siguientes temas.

- A. Integrales impropias dependientes de un parámetro.
- B. Convergencia en norma y series de Fourier.
- C. Integrales de Fourier.
- D. Productos infinitos.

Metodología: En las sesiones de clase se dispondrá de espacios de desarrollo de la teoría y de uso de los conceptos, en el planteamiento de demostraciones y aplicaciones. Los contenidos serán expuestos dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Después del desarrollo de una determinada temática se realizarán prácticas en clase, con el fin de profundizar en el uso de éstas. Durante las sesiones de ejercicios, docente y estudiantes se abocarán

a la resolución y planteamiento de posibles estrategias de resolución de ejercicios y problemas del material del curso.

Para los estudiantes interesados en la historia del cálculo se recomienda el texto **C. H. Edwards, Jr. (1979) The Historical Development of the Calculus.**

Se recomienda que durante al menos 7 horas de trabajo extra clase, cada estudiante realice las siguientes actividades:

- Retomar, el día antes de cada clase, lo estudiado la sesión pasada.
- Levantar un listado de preguntas pertinentes.
- Resumir las ideas principales.
- Resolver los ejercicios.
- Organizar grupos de estudio.
- Hacer uso de las horas de consulta.

Evaluación: La evaluación constará de tres exámenes parciales, cada uno de los cuales valdrá 25 % de la nota final. El restante 25 % constará de, al menos, seis exámenes cortos y seis tareas.

Las tareas deben entregarse en la fecha que se indique (sin excepción), **individualmente y en forma escrita**. Cada tarea contará con un respectivo examen corto el cual se realizará el día en que se acuerde entregar la tarea. Debe quedar claro que también pueden haber exámenes cortos que sean independientes de alguna tarea. Se avisará la fecha conforme avance el semestre.

Los parciales se realizarán **en la semanas 7, 12 y 17 del curso**.

La nota de aprovechamiento final n , será la suma de los porcentajes obtenidos en los rubros mencionados. Esta se expresa en una escala de 0 a 10 y se reportará de la siguiente manera:

- Si su nota $n \geq 6.75$, aprueba el curso con la nota n redondeada al valor más cercano entre: 7.0, 7.5, 8.0, 8.5, 9.0, 9.5 ó 10.0. Los casos intermedios como 7.25 ó 7.75 se redondean hacia arriba.
- Si $5.75 \leq n < 6.75$, tiene derecho a aplicar un examen de ampliación en el cual debe obtener una nota superior o igual a 6.75 para aprobar el curso con 7.0. En caso contrario, su nota será 6.0 ó 6.5 la más cercana a su nota n .
- Si $n < 5.75$, pierde el curso y su nota final es la nota n redondeada a la unidad o media unidad más cercana: 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0 ó 5.5.

Exámenes de reposición: para realizar examen de reposición el estudiante debe entregar al profesor la solicitud por escrito acompañada con el documento oficial que justifique debidamente la razón de su ausencia al examen respectivo, según las causas y periodos que el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil considera como válidas. Si la reposición es aprobada, el docente le indicará al estudiante la fecha y el lugar de la reposición.

Cronograma tentativo: La programación de las temáticas se especifican en la siguiente tabla; sin embargo, las disposiciones que aquí se detallan podrían variar según el avance del grupo.

	Semana	Temas (aproximados)
1.	13 Ago. -17 Ago.	Series Numéricas.
2.	20 Ago. - 24 Ago.	Series Numéricas.
3.	27 Ago. - 31 Ago.	Desarrollos Limitados.
4.	03 Set. - 07 Set.	La integral de Riemann.
5.	10 Set. - 14 Set.	La integral de Riemann.
6.	17 Set. - 21 Set.	La integral de Riemann. Primer Parcial.
7.	24 Set. - 28 Set.	La integral de Riemann. Técnicas de integración.
8.	01 Oct. - 05 Oct.	Técnicas de Integración.
9.	08 Oct. - 12 Oct.	Aplicaciones integral definida.
10.	15 Oct. - 19 Oct.	Sucesiones de funciones.
11.	22 Oct. - 26 Oct.	Sucesiones de funciones.
12.	29 Oct. - 02 Nov.	Series de funciones. Segundo Parcial.
13.	05 Nov. - 09 Nov.	Series de funciones.
14.	11 Nov. - 15 Nov.	Integrales impropias.
15.	18 Nov. - 22 Nov.	Integrales impropias.
16.	25 Nov. - 29 Nov.	Series de Fourier.
17.	02 Dic. - 06 Dic.	Tercer Parcial.

Bibliografía: Como es común en las áreas centrales de la matemática, la literatura a nuestra disposición en esta área es más que abundante.

Los siguientes, son solo una muestra de aquellas fuentes que el estudiante puede visitar para ampliar los temas que se estudian en este curso. Como sugerencia, se le recomienda a los estudiantes consultar tantas referencias como sea posible.

1. Abbott, S. (2015). *Understanding Analysis*. USA: Springer.
2. Bartle, R. G., Sherbert, D. R. (2011). *Introduction to real analysis*. USA: John Wiley and Sons, Inc.
3. Bloch, E.D. (2011). *The real numbers and real analysis*. USA: Springer.
4. Demidovich, V.P. (1988) *5000 problemas de análisis Matemático*. España. Paraninfo.
5. Edwards, C. H. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. USA: Springer-Verlag, Inc.
6. Hairer, E., Wanner, G. (2008). *Analysis by its History*. USA: Springer.
7. Loeb, P. A. (2016.) *Real Analysis*. USA: Birkhäuser.
8. Piza, E. (2006). *Introducción al Análisi real en una variable*. Costa Rica. UCR.
9. Pons, M.A. (2014). *Real Analysis for the Undergraduate*. USA: Springer.
10. Ross, K. A. (2013). *Elementary Analysis: the theory of calculus*. USA: Springer.
11. Rudin, W. (1978). *Principles of mathematical Anlysis*. USA. McGraw-hill.
12. Ugalde, W. J. (2017). *Fundamentos de Análisis Real*. Costa Rica: EUNED.
13. Sohrab, H. H. (2014). *Basic Real Analysis*. USA: Birkhäuser.
14. Wade, W. R. (2004). *An Introduction to Analysis*. USA: Prentice Hall.

Es importante que el estudiante se adiestre en el uso de las diferentes herramientas del cálculo. Dicha habilidad solo se desarrolla practicando, por lo cual sugerimos tomar de la biblioteca cualquier libro de cálculo y resolverlo de principio a fin. Por ejemplo

15. Stewart, J. (2002). *Cálculo*. México: Thompson Learning.

El asistente del curso será el señor

Jimmy Calvo Monge (jimmycm15@hotmail.com).

Estará a cargo de calificar parte de las tareas y dar centros antes de cada evaluación en algún lugar aún por determinar.

Esperando obtenga un buen provecho del curso y con la esperanza que el mismo contribuya satisfactoriamente a su formación profesional, les saluda,

Dr. José Rosales-Ortega

Profesor Escuela de Matemática

2511-6620

jose.rosales@ucr.ac.cr

Horas de clase y lugar: K 7:00 - 9:50, 222 AU / V 7:00 - 8:50, 215 FM.

Horas de consulta y lugar: V 9:30 - 12:00 o con previa cita, Oficina 314 Nuevo Edificio de Matemática.