

Universidad de Costa Rica
Escuela de Matemática
Departamento de Matemática Pura

Carta al Estudiante
MA0250 Cálculo en una Variable I
II ciclo de 2018

1 Información general

Nivel: I Año, II Ciclo.

Créditos: 4.

Horas por semana: 5

Requisitos: MA0150.

Horario de clases: martes 10:00-12:50, viernes 9:00-10:50 (Aula 208 AU)

Horario de consulta: martes 8:00 a 10:00, viernes 11:00 a 12:00

Profesor: Santiago Cambronero

Correo electrónico: santiago.cambronero@ucr.ac.cr

Oficina: 206 FM.

2 Descripción

Este es un curso de primer año de las carreras de Matemática y Ciencias Actuariales. Consta de 5 horas semanales y tiene como requisito indispensable haber aprobado el curso MA0150. Es el primero de una secuencia de tres cursos de cálculo, dos de cálculo en una variable y uno de cálculo en varias variables. A lo largo de esta secuencia se cubren los temas usuales del análisis matemático de la recta y el cálculo diferencial e integral en una y varias variables. Se presenta el material de una manera rigurosa, haciendo énfasis en algunas aplicaciones, planteamiento y resolución de problemas. De esta manera el estudiante tiene la oportunidad de incursionar en el aprendizaje de las técnicas de razonamiento y demostración propias del análisis matemático, así como de desarrollar las habilidades y destrezas necesarias para poner en práctica las ideas del cálculo.

Aunque esta secuencia de cursos ha sido diseñada para los estudiantes de matemática y Ciencias Actuariales, es un excelente sustituto para la secuencia de cálculo usual, que cursan los estudiantes de otras carreras: especialmente aquellas que requieren una formación básica sólida en matemática, como las Ingenierías, Física, Química y Economía.

El curso se centra en particular en el estudio de la propiedad de completitud del conjunto de los números reales y algunas de sus implicaciones, en el estudio de las sucesiones numéricas, los límites de funciones de variable real, las funciones continuas y los fundamentos del cálculo diferencial.

3 Objetivos generales

1. Desarrollar el buen uso del lenguaje matemático, mediante el estudio riguroso de los temas de análisis, el cálculo y la geometría analítica
2. Desarrollar la capacidad para reconocer, plantear y resolver problemas de diversas disciplinas, mediante el uso del cálculo diferencial en una variable
3. Comprender el desarrollo histórico del cálculo, entendiendo la matemática como una disciplina dinámica, que evoluciona dando respuesta a problemas del entorno
4. Adquirir los conocimientos del cálculo diferencial en una variable, que son parte primordial de su formación matemática.

4 Objetivos específicos

1. Comprender el concepto de *completitud* y desarrollar las competencias necesarias para aplicarlo en la elaboración de otros conceptos
2. Asimilar el concepto de límite, tanto intuitiva como rigurosamente y desarrollar las competencias para el cálculo y la aplicación de este concepto
3. Comprender el concepto de continuidad de funciones, conocer sus propiedades básicas y ser capaz de aplicarlas a la solución de diversos problemas
4. Entender el concepto de la derivada de una función y sus propiedades, así como aplicar el cálculo diferencial en la resolución de problemas concretos.
5. Ser capaz de trazar gráficas de funciones elementales, identificando puntos críticos, monotonía y sentido de concavidad mediante el uso del cálculo diferencial
6. Demostrar y aplicar los teoremas más importantes referentes a la derivada de una función.
7. Calcular límites de funciones usando la regla de L'Hôpital.
8. Entender la convergencia de sucesiones numéricas y los principales resultados sobre este concepto.
9. Comprender y desarrollar destrezas en el uso de las sucesiones numéricas para facilitar el abordaje de diferentes temáticas del análisis matemático.

5 Contenidos

1. Completitud

Acotación en la recta real, extremos superior e inferior, axioma de completitud, aplicaciones: arquimedeanidad, densidad de \mathbb{Q} en \mathbb{R} , existencia de raíces, función exponencial.

2. Límites y continuidad

- (a) Conceptos de límite y de continuidad de funciones, propiedades básicas, límites laterales
- (b) Composición de funciones continuas, funciones trigonométricas
- (c) Límites infinitos y al infinito, continuidad de funciones exponenciales

3. Sucesiones numéricas y aplicaciones

- (a) Nociones básicas, convergencia, sucesiones monótonas, recurrentes
- (b) Teoremas de Weierstrass y de Bolzano-Weierstrass, sucesiones de Cauchy, puntos límite
- (c) Teoremas sobre funciones continuas: Valores intermedios, acotación y valores extremos, continuidad uniforme, continuidad de la función inversa, funciones trigonométricas inversas, función logarítmica.

4. Cálculo diferencial

- (a) Concepto intuitivo de derivada, definición formal, propiedades
- (b) Derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas, exponenciales
- (c) Regla de la cadena, derivada de la función inversa
- (d) Derivadas de funciones logarítmicas y trigonométricas inversas
- (e) Problemas de razones de cambio, derivadas de orden superior
- (f) Derivación logarítmica e implícita
- (g) Diferencial, aproximación de funciones

5. Aplicaciones del cálculo diferencial

- (a) Extremos relativos de una función, teoremas de Rolle y del valor medio
- (b) Funciones monótonas, extremos relativos, criterio de la primera derivada
- (c) Concavidad y puntos de inflexión, criterio de la segunda derivada
- (d) Aplicaciones a problemas de optimización
- (e) Estudio de las asíntotas y trazado de la gráfica de una función

6. Tópicos y teoremas especiales de diferenciación

- (a) Soluciones numéricas de ecuaciones por el método de Newton
- (b) Teorema del valor medio de Cauchy, regla de L'Hôpital, aplicaciones
- (c) Teorema de Taylor, desarrollos limitados, aplicaciones

6 Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales, cuyo promedio representa el 80% de la nota. El 20 % restante corresponde al promedio de las tareas. Estas se asignarán quincenalmente, deberán entregarse en la fecha que se indique (sin excepción), individualmente y en forma escrita.

Se recomienda que cada estudiante consulte el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, en especial los artículos 18, 19 y 20 que se refieren a evaluaciones y reclamos.

7 Metodología

El curso se desarrollará con base en clases magistrales. La teoría básica y algunos ejemplos serán expuestos en clase con el objetivo de dirigir el estudio. Sin embargo, es indispensable que cada estudiante complemente la materia vista en clase con estudio de otros posibles enfoques y con la resolución de los ejercicios propuestos. Estos últimos forman una parte esencial del aprendizaje. Algunos temas podrían ser designados como estudio independiente. La realización y entrega de las tareas asignadas es de vital importancia para la comprensión de los conceptos estudiados. Durante la clase de tres horas, se dedicará al menos 30 minutos a la realización de ejercicios en la pizarra por parte de los estudiantes.

8 Cronograma

- **Semana 1:** Acotación, completitud, arquimedeanidad, densidad, existencia de raíces, exponenciales
- **Semana 2:** Límites, continuidad, propiedades, límites laterales, funciones trigonométricas
- **Semana 3:** Composición de funciones continuas, límites infinitos y al infinito, continuidad de la exponencial
- **Semana 4:** Sucesiones numéricas, convergencia, sucesiones recurrentes, teorema de Weierstrass
- **Semana 5:** Subsucesiones, puntos límite, sucesiones de Cauchy, relación con las funciones, el número e

- **Semana 6:** Teorema de valores intermedios, acotación y valores extremos, **primer examen parcial**
- **Semana 7:** Continuidad uniforme, continuidad de la función inversa, trigonométricas inversas y logarítmicas
- **Semana 8:** La derivada, propiedades, derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas y exponenciales
- **Semana 9:** Regla de la cadena, derivada de la inversa, derivadas de funciones logarítmicas y trigonométricas inversas, problemas de razones de cambio
- **Semana 10:** Derivadas de orden superior, derivación logarítmica e implícita, el diferencial, aproximación
- **Semana 11:** Extremos relativos, teoremas de Rolle y del Valor Medio, funciones monótonas, criterio de la primera derivada, **segundo examen parcial**
- **Semana 12:** Concavidad, puntos de inflexión, criterio de la segunda derivada, problemas de optimización
- **Semana 13:** Estudio de las asíntotas y trazado de gráficas, el método de Newton
- **Semana 14:** Teorema del valor medio de Cauchy, regla de L'Hôpital, aplicaciones
- **Semana 15:** Teorema de Taylor, desarrollos limitados, aplicaciones
- **Semana 16:** Repaso y **tercer examen parcial**
- **Semana 17:** **Examen de ampliación.**

9 Material de referencia

La principal referencia para el curso será el material expuesto en clase. Mucho del material del curso y las listas de ejercicios pueden ser complementadas con las referencias [4] y [15].

En el sitio web del curso, se pondrá a disposición material de utilidad, así como las fechas de los exámenes y cualquier otra información de importancia. En algunos temas se dispondrá de apuntes desarrollados especialmente para el curso.

Las siguientes referencias permiten reforzar algunos temas y profundizar en otros.

10 Bibliografía

- [1] Apóstol, T. *Calculus*. Editorial Reverté, S.A. 2da. edición, Barcelona 1978.
- [2] Apóstol, T. *Análisis Matemático*. Editorial Reverté S.A. 2da. edición. 1982.
- [3] Bartle, R. *Introducción al Análisis Matemático*. Limusa-Noriega, 1980.
- [4] Bartle, R & D. Sherbert. *Introducción al Análisis Matemático de una Variable*. Limusa-Noriega, 1996.
- [5] Berberian, S.K. *A First Course in Real Analysis*, UTM, Springer-Verlag, 1994.
- [6] Courant, R. y Fritz John. *Introduction to Calculus and Analysis*. Springer-Verlag. New York, 1989.
- [7] Demidovich Boris. *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*. Editorial Mir. 1973.
- [8] Eves H.H. *History of Mathematics*. Holt, Risebart and Winston. 1964.
- [9] Leithold Louis. *El Cálculo con Geometría Analítica*. Editorial Harla. 1987.
- [10] Pedrick, G. *A first course in analysis*. Springer – Verlag. New York, 1994.
- [11] Piza, E. *Introducción al Análisis Real en una Variable*, Editorial de la Universidad de Costa Rica (2003).
- [12] Priestly. *Calculus: An Historical Approach*. Springer-Verlag. 1979.
- [13] Ross. *Elementary Analysis: The theory of Calculus*. Springer-Verlag. 1980.
- [14] Rudin W. *Principios de Análisis Matemático*. McGraw–Hill. 2da. edición. 1966.
- [15] Spivak, M. *Cálculo Infinitesimal*. Editorial Reverté, 1977.

Prof. Santiago Cambronero V.
santiago.cambronero@ucr.ac.cr
Oficina # 206 FM